

# Exercices — Géométrie dans l'espace

## Chapitre 14

### Positions relatives

---

**Exercice 1.** Soit  $ABCDEFGH$  un cube.

1. Les droites  $(AB)$  et  $(EG)$  sont-elles coplanaires ?
2. Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ?
3. Les droites  $(AH)$  et  $(BG)$  ?

**Exercice 2.** Dans le cube  $ABCDEFGH$ , donner un exemple de :

1. deux droites parallèles non confondues ;
2. deux droites sécantes ;
3. deux droites non coplanaires ;
4. une droite parallèle à un plan ;
5. deux plans parallèles.

### Parallélisme

---

**Exercice 3.** Soit  $ABCDEFGH$  un cube. Démontrer que :

1.  $(EFGH)$  est parallèle à  $(ABCD)$  ;
2. La droite  $(EF)$  est parallèle au plan  $(ABCD)$  ;
3. Les droites  $(AC)$  et  $(EG)$  sont parallèles.

**Exercice 4.** Soit  $ABCDEFGH$  un cube.  $I$  est le milieu de  $[EF]$  et  $J$  celui de  $[HG]$ . Démontrer que  $(IJ) \parallel (AB)$ .

### Orthogonalité

---

**Exercice 5.** Dans le cube  $ABCDEFGH$  :

1. Démontrer que la droite  $(AE)$  est orthogonale au plan  $(ABCD)$ .

*Indication* : montrer qu'elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

**Exercice 6.** Soit  $SABC$  une pyramide telle que  $SA \perp (ABC)$ .

1. Démontrer que  $SA \perp AB$  et  $SA \perp AC$ .
2. Si  $AB \perp AC$ , montrer que  $(SB) \perp (AC)$ .

## Solides usuels — calculs

---

**Exercice 7.** Calculer le volume :

1. d'un cube d'arête 5 cm ;
2. d'un parallélépipède de dimensions  $4 \times 5 \times 6$  cm ;
3. d'une pyramide à base carrée de côté 6 cm et de hauteur 9 cm ;
4. d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm ;
5. d'une sphère de rayon 5 cm.

**Exercice 8.** Calculer la longueur de la diagonale d'un cube d'arête  $a$ .

*Indication* : commencer par calculer la diagonale d'une face.

## Sections planes

---

**Exercice 9.** Une sphère de rayon 13 cm est coupée par un plan situé à 5 cm de son centre. Calculer le rayon du disque-section.

**Exercice 10.** Un cône a pour rayon de base 6 cm et pour hauteur 8 cm. Calculer l'apothème (la hauteur d'une face latérale développée).

## Vecteurs et coordonnées

---

**Exercice 11.** Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(3; 0; 2)$ ,  $C(-2; 4; 5)$ .

1. Calculer les coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
2. Calculer la distance  $AB$ .
3. Calculer les coordonnées du milieu de  $[BC]$ .

**Exercice 12.** Soient  $\vec{u}(1; 2; 3)$  et  $\vec{v}(2; -1; 0)$ . Calculer les coordonnées de  $2\vec{u} - 3\vec{v}$ .

## Synthèse

---

**Exercice 13.** Soit  $ABCD$  un tétraèdre régulier d'arête  $a$ .

1. Calculer la hauteur du triangle  $BCD$ .
2. En utilisant le théorème de Pythagore, déterminer la hauteur du tétraèdre issue de  $A$ .

*Indication* : la projection orthogonale de  $A$  sur  $(BCD)$  est le centre de gravité du triangle équilatéral  $BCD$ .

**Exercice 14.** Soit  $ABCDEFGH$  un cube d'arête  $a$ . Donner une représentation paramétrique de la droite  $(AG)$  (la grande diagonale).