

Exercices — Bases de la trigonométrie

Chapitre 9

Conversion degré \leftrightarrow radian

Exercice 1. Convertir en radians :

$$30^\circ, 75^\circ, 150^\circ, 210^\circ, -135^\circ.$$

Exercice 2. Convertir en degrés :

$$\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}.$$

Cosinus, sinus, tangente

Exercice 3. Sans calculatrice, donner la valeur de :

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \tan\left(\frac{\pi}{6}\right), \cos(\pi), \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right), \tan(0).$$

Exercice 4. On donne $\cos x = \frac{3}{5}$ avec $x \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$.

1. Calculer $\sin x$ et $\tan x$.

Indication : déterminer le signe de $\sin x$ selon le quadrant.

Exercice 5. On donne $\sin x = -\frac{2}{3}$ avec $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. Calculer $\cos x$ et $\tan x$.

Identité fondamentale

Exercice 6. Démontrer les égalités suivantes (pour les valeurs où elles ont un sens) :

1. $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x} x$;

2. $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$ (en utilisant $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$).

Exercice 7. Simplifier $A = \sin^2 x + \cos^2 x + 3 \tan^2 x$ pour $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Formules de réduction

Exercice 8. Calculer en utilisant les formules de réduction :

1. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$;
2. $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)$;
3. $\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right)$;
4. $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$;
5. $\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$.

Exercice 9. Simplifier :

1. $A = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) - \cos(-x)$;
2. $B = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)$.

Exercice 10. Résoudre sur $[0, 2\pi]$:

1. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
2. $\sin x = -\frac{1}{2}$;
3. $\tan x = 1$;
4. $\cos x = 0$.

Synthèse

Exercice 11. Soit $x \in [0, 2\pi]$ tel que $\tan x = -2$ et $\cos x > 0$.

1. Dans quel quadrant se trouve x ?
2. Calculer $\cos x$ et $\sin x$ (en utilisant $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$).

Exercice 12. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ tel que $\cos x \neq 0$ et $\sin x \neq 0$:

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x \cos x}.$$