Mathématiques · Tronc Commun Scientifique

Corrigés — Projection dans le plan

Chapitre 7

Construction et reconnaissance

Solution 1.
Pour chaque point A, B, C : tracer la parallèle à (Δ) passant par ce point ; son intersection avec (D) donne le projeté. (Construction géométrique standard.)

Solution 2.
La parallèle à l'axe des ordonnées passant par $M(3;-1)$ est la droite verticale $x = 3$. Son intersection avec $y = x$ est le point d'abscisse 3 et d'ordonnée 3.

Projeté : $(3;3)$.

Conservation des rapports

Solution 3.
Par la projection sur (BC) parallèlement à (AC) :

1. $A \mapsto B$, $B \mapsto B$, $M \mapsto N$. Conservation des rapports le long de (AB) : $\frac{BN}{BC} = \frac{MB}{AB}$. Comme $AM = \left(\frac{2}{5}\right)AB$, $MB = \left(\frac{3}{5}\right)AB$, d'où $\frac{BN}{BC} = \frac{3}{5}$.
2. Par Thalès dans le triangle ABC : $\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA} = \frac{3}{5}$.

Solution 4.
Soit D tel que $(DC) \parallel (AI)$, avec $D \in (AB)$. Dans le triangle ABI étendu, par Thalès : $\frac{BA}{BD} = \frac{BI}{BC} = \frac{1}{2}$ (car I est milieu de $[BC]$).

Donc $BD = 2BA$, c'est-à-dire A est milieu de $[BD]$.

Théorème de Thalès

Solution 5.
$(BC) \parallel (DE)$, $AB = 4$, $AC = 5$, $BD = 6$. Donc $AD = AB + BD = 10$. Par Thalès : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. $\frac{AE}{5} = \frac{10}{4}$, donc $AE = 12,5$. Et $D\frac{E}{B}C = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$.

Solution 6.
$AB = 4$ donne M avec $AM = 3$, $MB = 5$, $AB = 8$. Hmm — relire l'énoncé : $AM = 3$, $MB = 5$ donc $AB = 8$.
1. $(BC) \parallel (MN)$, $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{8}$, donc $AN = 12 \times \frac{3}{8} = 4,5$ cm.
2. $\frac{MN}{BC} = \frac{3}{8}$, donc $MN = 10 \times \frac{3}{8} = 3,75$ cm.

Solution 7.
$AB = 4$, $AM = 6$: M est sur $[AB)$ tel que B entre A et M. $AC = 6$, $AN = 9$: analogue. Rapports : $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$. Égaux. **Réciproque de Thalès** (avec M, N du même côté de A) : $(MN) \parallel (BC)$.

Synthèse

Solution 8.
$ABCD$ trapèze, $AB = 3$, $CD = 7$. Diagonales se coupent en O. Triangle OAB et triangle OCD : par Thalès (les côtés (AB) et (CD) sont parallèles) : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{7}$.

Solution 9.
Par Thalès dans le triangle ABC avec M milieu de $[AB]$, et la parallèle à (BC) par M qui coupe (AC) en N' : $\frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$, donc $N' = N$ (milieu de $[AC]$).

1. Donc $(MN) \parallel (BC)$.
2. $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$, donc $MN = \left(\frac{1}{2}\right)BC$.