

# Exercices — Les ensembles de nombres

## Chapitre 2

### Reconnaître les ensembles de nombres

---

**Exercice 1.** Pour chaque nombre, indiquer le plus petit ensemble auquel il appartient parmi  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$  :

$$0, \quad -7, \quad 3, 14, \quad \frac{22}{7}, \quad \sqrt{16}, \quad \sqrt{7}, \quad \frac{\pi}{2}.$$

**Exercice 2.** Donner un exemple de :

1. un entier relatif qui n'est pas un entier naturel ;
2. un décimal qui n'est pas un entier ;
3. un rationnel qui n'est pas un décimal ;
4. un réel qui n'est pas un rationnel.

**Exercice 3.** Le nombre  $0,\overline{45} = 0,454545\dots$  est-il rationnel ? Si oui, écrire  $0,\overline{45}$  sous la forme d'une fraction irréductible.

*Indication* : poser  $x = 0,\overline{45}$  et calculer  $100x - x$ .

### Irrationnels

---

**Exercice 4.** En adaptant la démonstration faite en cours pour  $\sqrt{2}$ , montrer que  $\sqrt{3}$  est irrationnel.

**Exercice 5.** Soient  $a, b \in \mathbb{Q}$  avec  $b \neq 0$ . Montrer que :

1.  $a + b\sqrt{2}$  est irrationnel ;
2.  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$  est irrationnel.

### Puissances et notation scientifique

---

**Exercice 6.** Calculer et simplifier :

$$A = \frac{2^4 \times 5^3}{2^2 \times 5}, \quad B = \frac{(-3)^5 \times 6^2}{2^2 \times 9}, \quad C = \frac{10^{-3} \times 10^5}{10^{-2}}.$$

**Exercice 7.** Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$0,000,074; \quad 6,250,000; \quad 0,5 \times 10^{-7}; \quad 25 \times 10^4.$$

## Racines carrées

---

**Exercice 8.** Simplifier autant que possible :

$$\sqrt{75}, \quad \sqrt{98}, \quad 2\sqrt{12} - \sqrt{48} + 5\sqrt{3}, \quad \sqrt{8} \times \sqrt{50}.$$

**Exercice 9.** Rationaliser le dénominateur :

$$A = \frac{5}{\sqrt{7}}, \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}-1}, \quad C = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}.$$

**Exercice 10.** Soient  $a, b \in \mathbb{R}_+$ . Démontrer que

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}.$$

Dans quel cas a-t-on égalité ?

## Valeur absolue

---

**Exercice 11.** Calculer (sans calculatrice) :

$$|3-5|, \quad |-7+2|, \quad |\sqrt{2}-1|, \quad |2-\sqrt{5}|.$$

**Exercice 12.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $|x-4| = 3$  ;
2.  $|2x+1| = 7$  ;
3.  $|x+2| < 5$  ;
4.  $|3x-1| \geq 4$ .

**Exercice 13.** Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}_+^*$ . Démontrer que  $|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$ .

**Exercice 14.** Soit  $A = (1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2$ .

1. Développer et simplifier  $A$ .
2. Vérifier que  $A$  est un entier naturel.