

# Exercices — Équations différentielles

## Chapitre 8

**Exercice 1.** Résoudre :

1.  $y' = 2y$  ;
2.  $y' = -3y$  avec  $y(0) = 5$  ;
3.  $y' + y = 0$  avec  $y(1) = e$ .

**Exercice 2.** Résoudre :

1.  $y' = y + 2$  ;
2.  $y' = -2y + 6$  avec  $y(0) = 0$  ;
3.  $y' + 3y = 12$  avec  $y(0) = 2$ .

**Exercice 3.** Résoudre :

1.  $y'' + y = 0$  ;
2.  $y'' + 9y = 0$  avec  $y(0) = 3, y'(0) = 0$  ;
3.  $y'' + 4y = 0$  avec  $y(0) = 0, y'(0) = 2$ .

**Exercice 4.** (Modèle de désintégration.) Un échantillon radioactif vérifie  $N'(t) = -\lambda N(t)$  avec  $N(0) = N_0$  et  $\lambda > 0$ .

1. Exprimer  $N(t)$ .
2. Définir la *demi-vie*  $T$  par  $N(T) = \frac{N_0}{2}$ . Exprimer  $T$  en fonction de  $\lambda$ .

**Exercice 5.** (Population.)  $P'(t) = 0{,}03P(t)$  avec  $P(0) = 1000$ . Combien de temps pour doubler la population ?

**Exercice 6.** (Refroidissement.)  $T'(t) = -0{,}05(T - 15)$  avec  $T(0) = 95$ . Calculer  $T(20)$  minutes et la limite à long terme.

**Exercice 7.** Démontrer que si  $y_1, y_2$  sont solutions de  $y' = ay + b$ , alors  $y_1 - y_2$  est solution de l'équation homogène  $z' = az$ .

**Exercice 8.** Résoudre  $y' - y = e^x$  (on admet que la solution particulière est  $y_{p(x)} = xe^x$ , et la solution générale  $= y_p + Ce^x$ ).

**Exercice 9.** Résoudre  $y'' + 2y' = 0$  (remarquer que  $z = y'$  résout  $z' + 2z = 0$ ).