Corrigés — Fonctions logarithmiques

Chapitre 5

Solution 1.

1. $x = e^3$.
2. $2x - 1 = 1$, $x = 1$.
3. $x^2 = 9$ avec $x > 0$: $x = 3$. (Sinon, $x = -3$ aussi possible car $x^2 > 0$.) Solutions : ± 3.
4. Condition $x > 1$. $(x-1)(x+1) = 3$, $x^2 = 4$, $x = 2$.

Solution 2.

1. $f'(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.
2. $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right) \ln(1 + x^2)$, $g'(x) = \frac{x}{1+x^2}$.
3. $h'(x) = 2 \ln \frac{x}{x}$.

Solution 3.

1. $+\infty$ (car x domine $\ln x$).
2. 0 (croissance comparée, variante racine).
3. 0 (car $x \ln x \to 0$, donc $x \ln^2 x = (x \ln x) \ln x$... en fait mieux : poser $t = -\ln x$, $t \to +\infty$, $x = e^{-t}$, $x \ln^2 x = t^2 e^{-t} \to 0$).

Solution 4.

1. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$. Décroissante sur $]0, 1]$, croissante sur $[1, +\infty[$.
2. $\lim_{0^+} f = +\infty$; $\lim_{+\infty} f = +\infty$.
3. Minimum en 1 : $f(1) = 3 > 0$, donc $f(x) \geq 3 > 0$.

Solution 5.

$P(t) = P_0 \times 2^{\frac{t}{15}}$. On veut $2^{\frac{t}{15}} = 1000$. $\frac{t}{15} = \log_2(1000) = \ln \frac{1000}{\ln} 2 \approx 9\{,\}966$. $t \approx 149\{,\}5$ ans.