

# Exercices — Fonctions logarithmiques

## Chapitre 4

**Exercice 1.** Simplifier :

1.  $\ln(8) - \ln(2)$  ;
2.  $\ln(e^3)$  ;
3.  $\ln(\sqrt{e})$  ;
4.  $2\ln(3) + \ln(4) - \ln(9)$ .

**Exercice 2.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $\ln(x) = 3$  ;
2.  $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) = 0$  ;
3.  $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$  (poser  $X = \ln x$ ) ;
4.  $\ln(x) < 1$ .

**Exercice 3.** Calculer la dérivée :

1.  $f(x) = \ln(2x + 1)$  ;
2.  $f(x) = x^2 \ln x$  ;
3.  $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$  ;
4.  $f(x) = \ln(\ln x)$  pour  $x > 1$ .

**Exercice 4.** Calculer les limites :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x)$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$  ;
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$ .

**Exercice 5.** Étude complète de  $f(x) = \ln(x) - x + 1$  sur  $]0, +\infty[$ .

1. Dérivée, variations, extremum.
2. En déduire l'inégalité  $\ln x \leq x - 1$  pour tout  $x > 0$ .

**Exercice 6.** Étude de  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  sur  $]0, +\infty[$ . Maximum ? Asymptotes ?

**Exercice 7.** Résoudre  $2\ln(x + 1) = \ln(x + 3)$ .

**Exercice 8.** Résoudre  $\ln(x) + \ln(x - 2) \geq \ln(3)$ .

**Exercice 9.** Soit  $f(x) = x^2 - 2\ln x$  sur  $]0, +\infty[$ . Étudier ses variations.

**Exercice 10.** Soit  $f(x) = \ln(1 + e^x)$  sur  $\mathbb{R}$  (admettre  $e^x$ ).

1. Montrer  $f(x) \geq x$ .

2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ .
3. Conclure sur les asymptotes.