

Corrigés — Probabilités

Chapitre 12

Solution 1.

Cardinal total : $\binom{32}{3} = 4960$.

- 3 rois : $\binom{4}{3} = 4$. $P = \frac{4}{4960} \approx 0,0008$.
- 2 rois : $\binom{4}{2} \binom{28}{1} = 6 \times 28 = 168$. $P = \frac{168}{4960} \approx 0,034$.
- Au moins un roi : $1 - P(\text{aucun}) = 1 - \frac{\binom{3}{3}}{\binom{32}{3}} = 1 - \frac{3276}{4960} \approx 0,339$.

Solution 2.

- $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$.
- $\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$.
- $P(2e\ blanche \mid 1re\ blanche) = \frac{4}{7}$.

Solution 3.

Soit M : être malade, T^+ : test positif. $P(M) = 0,01$, $P(T^+ \mid M) = 0,95$, $P(T^+ \mid \bar{M}) = 0,02$. $P(T^+) = 0,01 \times 0,95 + 0,99 \times 0,02 = 0,0095 + 0,0198 = 0,0293$. $P(M \mid T^+) = \frac{0,01 \times 0,95}{0,0293} \approx 0,324$. **Un test positif ne donne que 32% de chances d'être malade** — c'est contre-intuitif et typique d'une maladie rare.

Solution 4.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,6 + 0,3 - 0,18 = 0,72$. $P(A \cap \bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$.

Solution 5.

$X \sim \mathcal{B}(5, 0,4)$. $P(X = 2) = \binom{5}{2} (0,4)^2 (0,6)^3 = 10 \times 0,16 \times 0,216 = 0,3456$.
 $E(X) = 5 \times 0,4 = 2$. $V(X) = 5 \times 0,4 \times 0,6 = 1,2$.

Solution 6.

Soit F : fille, R : réussite. $P(F) = 0,6$, $P(R \mid F) = 0,8$, $P(R \mid \bar{F}) = 0,7$.

- $P(R) = 0,6 \times 0,8 + 0,4 \times 0,7 = 0,48 + 0,28 = 0,76$.
- $P(F \mid R) = \frac{0,6 \times 0,8}{0,76} \approx 0,632$.

Solution 7.

$E(X) = -1 \times 0,2 + 0 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,1 = -0,2 + 0,4 + 0,2 = 0,4$.
 $E(X^2) = 1 \times 0,2 + 0 + 1 \times 0,4 + 4 \times 0,1 = 0,2 + 0,4 + 0,4 = 1$. $V(X) = 1 - 0,16 = 0,84$. $\sigma(X) = \sqrt{0,84} \approx 0,917$.

Solution 8.

$$X \sim \mathcal{B}\left(3, \frac{1}{6}\right). P(X = k) = \binom{3}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{3-k}. P(X = 0) = \frac{125}{216}, P(X = 1) = \frac{75}{216}, P(X = 2) = \frac{15}{216}, P(X = 3) = \frac{1}{216}. E(X) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$