

Exercices — Le produit vectoriel

Chapitre 17

Exercice 1. Calculer $\vec{u} \wedge \vec{v}$ pour :

1. $\vec{u}(1, 0, 0), \vec{v}(0, 1, 0)$;
2. $\vec{u}(2, 1, -1), \vec{v}(1, 0, 3)$;
3. $\vec{u}(1, 1, 1), \vec{v}(2, 2, 2)$.

Exercice 2. Aire du triangle $A(1, 2, 0), B(3, 1, 1), C(2, 4, 2)$.

Exercice 3. Volume du tétraèdre de sommets $O, A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 4)$.

Exercice 4. Volume du parallélépipède engendré par $\vec{u}(1, 2, 0), \vec{v}(0, 1, 3), \vec{w}(2, 0, 1)$.

Exercice 5. Démontrer que pour tout \vec{u}, \vec{v} : $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$ (identité de Lagrange).

Exercice 6. Vérifier sur l'exemple $\vec{u}(1, 2, 3), \vec{v}(4, 5, 6)$ que $\vec{v} \wedge \vec{u} = -(\vec{u} \wedge \vec{v})$.

Exercice 7. Équation du plan passant par $A(1, 0, 1), B(2, 1, 0), C(0, 2, 3)$ via produit vectoriel de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .

Exercice 8. Démontrer : si $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$, alors \vec{v} est colinéaire à \vec{u} .

Exercice 9. Dans un cube d'arête 1 de sommets $(0, 0, 0), (1, 0, 0), \dots, (1, 1, 1)$:

1. Calculer le produit vectoriel de deux arêtes adjacentes issues d'un sommet.
2. Vérifier que le résultat est une arête du cube (plus ou moins son sens).