

# Exercices — Produit scalaire dans l'espace

## Chapitre 15

**Exercice 1.** Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  :

1.  $\vec{u}(1, 2, 3), \vec{v}(2, -1, 0)$  ;
2.  $\vec{u}(4, -2, 5), \vec{v}(0, 3, 1)$ .

**Exercice 2.** Pour quelle valeur de  $m$ ,  $\vec{u}(m, 1, 2)$  et  $\vec{v}(2, m, -1)$  sont-ils orthogonaux ?

**Exercice 3.** Donner une équation cartésienne du plan passant par  $A(1, 2, -1)$  de vecteur normal  $\vec{n}(3, 1, -2)$ .

**Exercice 4.** Soient  $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$ .

1. Donner un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .
2. Équation du plan.
3. Distance de  $O$  à ce plan.

**Exercice 5.** Distance du point  $A(2, 1, 3)$  à la droite  $(D)$  passant par  $B(0, 0, 0)$  et de vecteur directeur  $\vec{u}(1, 1, 1)$ .

**Exercice 6.** Soit la sphère de centre  $\Omega(1, -2, 3)$  et rayon 5.

1. Équation.
2. Le point  $(4, 2, 3)$  est-il sur la sphère, à l'intérieur, à l'extérieur ?

**Exercice 7.** Soit le plan  $(P) : 2x - y + z = 6$  et  $A(3, 0, 1)$ . Trouver le projeté orthogonal  $H$  de  $A$  sur  $(P)$ .

**Exercice 8.** Démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour deux vecteurs de l'espace.

*Indication :* étudier la fonction  $\lambda \mapsto \|\vec{u} - \lambda\vec{v}\|^2 \geq 0$ , polynôme en  $\lambda$  ; son discriminant est  $\leq 0$ .

**Exercice 9.** Montrer qu'une sphère de rayon  $R$  et un plan à distance  $d < R$  du centre s'intersectent en un cercle de rayon  $\sqrt{R^2 - d^2}$ .