

Exercices — Dénombrement

Chapitre 14

Exercice 1. Calculer :

1. $6!$, $\frac{8!}{5!}$, A_{10}^3 , $\binom{12}{4}$, $\binom{20}{17}$.

Exercice 2. Un club de 15 membres doit élire un bureau de 3 personnes (président, secrétaire, trésorier).

1. Combien de bureaux possibles ?
2. Si les 3 rôles sont interchangeables, combien de délégations ?

Exercice 3. Combien d'anagrammes du mot STATISTIQUE ? (11 lettres : S×2, T×3, I×2, A×1, Q×1, U×1, E×1.)

Exercice 4. Développer $(x + 2)^5$ en utilisant le binôme.

Exercice 5. Déterminer le coefficient de x^4 dans $(1 + x)^{\{10\}}$.

Exercice 6. Démontrer la formule $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ en utilisant le binôme de Newton (choisir $a = b = 1$).

Exercice 7. Démontrer $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ pour $n \geq 1$.

Exercice 8. On tire 5 cartes d'un jeu de 32. Nombre de mains contenant exactement 2 as ?

Exercice 9. Combien de nombres de 4 chiffres distincts peut-on former avec les chiffres $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?

1. Sans contrainte.
2. Divisible par 5.

Exercice 10. Démontrer l'identité de Vandermonde pour m, n, k entiers :

$$\binom{m+n}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{k-i}.$$

(Par un argument combinatoire : choisir k personnes dans un groupe de $m+n$ = choisir i dans les m premiers et $k-i$ dans les n suivants.)