

Exercices — Géométrie analytique de l'espace

Chapitre 13

Exercice 1. Déterminer l'équation cartésienne du plan :

1. passant par $A(1; 2; -1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3; -1; 2)$;
2. passant par $A(0; 0; 0)$ et de vecteur normal $\vec{n}(1; 1; 1)$;
3. passant par $A(2; 1; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(1; 0; 2)$.

Exercice 2. Donner une représentation paramétrique de la droite :

1. passant par $A(1; 0; 2)$ et de directeur $\vec{u}(1; 1; -1)$;
2. passant par $A(-1; 3; 0)$ et $B(2; -1; 4)$.

Exercice 3. Étudier les positions relatives :

1. des droites D_1 et D_2 ci-après : $D_1 : \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$ et $D_2 : \begin{cases} x=1+s \\ y=2+2s \\ z=3+3s \end{cases}$;
2. de la droite D d'équation $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=2 \end{cases}$ et du plan $(P) : x + y + z = 3$.

Exercice 4. Calculer la distance :

1. du point $A(1; 2; 3)$ au plan $x + y + z = 0$;
2. du point $B(0; 0; 0)$ au plan $2x - y + 2z - 6 = 0$.

Exercice 5. Donner l'équation de la sphère de centre Ω de coordonnées $(1; -2; 3)$ et rayon 4. Le point $(5; -2; 3)$ est-il sur la sphère ?

Exercice 6. L'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$ est-elle celle d'une sphère ? Si oui, donner centre et rayon.

Exercice 7. Soient $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$.

1. Donner l'équation du plan (ABC) .
2. Calculer la distance de l'origine O à ce plan.

Exercice 8. Soient les plans $(P) : 2x + y - z = 4$ et $(Q) : x - y + 3z = 1$.

1. Démontrer qu'ils sont sécants.
2. Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection.

Exercice 9. Distance du point $A(3; 1; 2)$ à la droite D passant par $B(0; 0; 0)$ et dirigée par $\vec{u}(1; 0; 1)$.

Indication : le projeté orthogonal H vérifie $\overline{AH} \perp \vec{u}$; calculer H puis AH .