

Exercices — Vecteurs de l'espace

Chapitre 12

Exercice 1. En repère orthonormé, on donne $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 4)$, $C(-2; 5; 2)$.

1. Coordonnées de \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} .
2. Distances AB , AC , BC .
3. Coordonnées du milieu de $[AC]$.

Exercice 2. $\vec{u}(1; 2; 3)$, $\vec{v}(-2; -4; -6)$. Démontrer que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires. Coefficient ?

Exercice 3. Les vecteurs $\vec{u}(1; 0; 1)$, $\vec{v}(0; 1; 1)$, $\vec{w}(1; 1; 0)$ sont-ils coplanaires ? Sont-ils une base de l'espace ?

Indication : chercher des réels a, b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ (système 3 équations, 2 inconnues).

Exercice 4. $\vec{u}(2; -3; 1)$, $\vec{v}(1; 4; -1)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et l'angle formé (arrondi au degré).

Exercice 5. Trouver x tel que $\vec{u}(x; 2; -1)$ et $\vec{v}(3; x; 2)$ soient orthogonaux.

Exercice 6. Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier d'arête a .

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (utiliser $\cos 60^\circ$).
2. En déduire que $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|^2 = 3a^2$.

Exercice 7. Soient $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 8. Dans un cube $ABCDEFGH$ d'arête 1, rapporté au repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$:

1. Coordonnées de tous les sommets.
2. Coordonnées de \overrightarrow{AG} . Longueur AG ?
3. Démontrer que \overrightarrow{AG} est orthogonal à \overrightarrow{BDHF} (diagonale du cube orthogonale au plan contenant face opposée).

Exercice 9. Soient $A(2; 1; 0)$, $B(0; -1; 3)$, M milieu de $[AB]$. Calculer M , AB , et la distance de M à l'origine O .