

# Corrigés — La dérivation

## Chapitre 10

### Solution 1.

- $\frac{x^2+3x-4}{x-1} = (x-1)\frac{x+4}{x-1} = x+4 \rightarrow 5$ . Donc  $f'(1) = 5$ .
- $\frac{(\frac{1}{x})^{-\frac{1}{2}}}{x-2} = \frac{2-x}{2x(x-2)} = -\frac{1}{2x} \rightarrow -\frac{1}{4}$ .  $f'(2) = -\frac{1}{4}$ .
- Conjuguée :  $\frac{\sqrt{x-2}}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x+2}} \rightarrow \frac{1}{4}$ .  $f'(4) = \frac{1}{4}$ .

### Solution 2.

- $f'(x) = 2x$ ,  $f'(3) = 6$ ,  $f(3) = 9$ . Tangente :  $y = 6(x-3) + 9 = 6x - 9$ .
- $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ ,  $f'(1) = -1$ ,  $f(1) = 1$ . Tangente :  $y = -x + 2$ .
- $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ ,  $f'(0) = \frac{1}{2}$ ,  $f(0) = 1$ . Tangente :  $y = \frac{x}{2} + 1$ .

### Solution 3.

- $f'(x) = 4x^3 - 6x + 5$ .
- Développer puis dériver, ou produit :  $(2)(x^2 - 3) + (2x + 1)(2x) = 2x^2 - 6 + 4x^2 + 2x = 6x^2 + 2x - 6$ .
- $\frac{1 \times (x+1) - (x-1) \times 1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$ .
- $\frac{(x^2+1)}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ .
- $3 \cos(3x + \frac{\pi}{4})$ .
- $2 \cos x \times (-\sin x) = -\sin(2x)$  (par formule de duplication).

### Solution 4.

- $f'(x) = 2x - 4 = 2(x - 2)$ . Zéro en  $x = 2$ . Signe : - avant, + après. Minimum en  $x = 2$ ,  $f(2) = -1$ .
- $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$ . Zéros  $\pm 1$ . Signe : + sur  $] -\infty, -1[$ , - sur  $] -1, 1[$ , + sur  $] 1, +\infty[$ . Maximum local en  $-1$  ( $f(-1) = 3$ ), minimum local en  $1$  ( $f(1) = -1$ ).
- $f'(x) = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0$  partout où défini. **Décroissante** sur chacun des deux intervalles.

### Solution 5.

$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x - 1)(x + 1)$ . Zéros :  $-1, 0, 1$ . Signe : -, +, -, +.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'$		-	+	-	+
$f$	$+\infty$	$-1$ min	$0$ max loc.	$-1$ min	$+\infty$

Minimum global  $-1$  en  $x = \pm 1$ .

**Solution 6.**

1.  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ .

2.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$  (sur  $]0, +\infty[$ ). Signe :  $-$  sur  $]0, 1[$ ,  $+$  sur  $]1, +\infty[$ .

3. Minimum en  $x = 1$ ,  $f(1) = 2$ .

**Solution 7.**

$f(2) = 5$ . Tangente a pour coefficient directeur  $-2$ , donc  $f'(2) = -2$ .

**Solution 8.**

$f(x) = x + \frac{1}{x}$  (même forme que l'exercice précédent). Minimum = 2 en  $x = 1$ .

**Solution 9.**

$y = -2(x - 1) + 3 = -2x + 5$ .

**Solution 10.**

1.  $f'(x) = 5(3x - 1)^4 \times 3 = 15(3x - 1)^4$ .

2.  $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$  (dérivée de racine avec  $u = 4 - x^2$ ).

3.  $f(x) = (x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ .  $f'(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$ .