

Exercices — Les limites

Chapitre 8

Exercice 1. Calculer les limites :

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)$;
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 - 5x + 1)$;
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 7)$;
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2+1}$.

Exercice 2. Calculer :

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$;
2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ (utiliser la quantité conjuguée) ;
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$.

Exercice 3. Limites à l'infini (rationnelles) :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-3}$;
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{3x+2}$;
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+5}{x^2+1}$.

Exercice 4. Limites avec racines :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$;
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$;
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Exercice 5. Limites à gauche et à droite de a :

1. $f(x) = \frac{1}{x-1}$, en $a = 1$;
2. $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$, en $a = 2$ (**attention** : cette fonction se simplifie).

Exercice 6. Soit $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+3}$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
2. Conclure qu'asymptote horizontale.

Exercice 7. Soit $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x-1}$.

1. Effectuer la division et écrire $f(x) = ax + b + \frac{R(x)}{x-1}$.
2. En déduire que $y = x + 3$ est asymptote oblique en $\pm\infty$.

Exercice 8. Soit $f(x) = \sqrt{x^2+x}$. Montrer que la droite $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote oblique en $+\infty$.

Exercice 9. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (résultat à retenir : 1) en admettant le lemme.

Exercice 10. Calculer :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2\cos x}{x+1}$ (utiliser un encadrement) ;
2. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$.