

# Exercices — Les suites numériques

## Chapitre 7

**Exercice 1.** Calculer les quatre premiers termes ( $u_0$  à  $u_3$ ) :

1.  $u_n = 2n - 3$  ;
2.  $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$  ;
3.  $u_0 = 2, u_{n+1} = u_n^2 - 1$  ;
4.  $u_0 = 1, u_1 = 1, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$  (Fibonacci).

**Exercice 2.** Étudier le sens de variation :

1.  $u_n = 3n + 5$  ;
2.  $u_n = n^2 - 6n$  ;
3.  $u_n = \frac{1}{n+1}$  pour  $n \geq 0$  ;
4.  $u_n = 2^n - n$ .

**Exercice 3.** ( $u_n$ ) est arithmétique de premier terme  $u_0 = 4$  et raison  $r = 3$ .

1. Calculer  $u_{\{10\}}$ .
2. Calculer  $u_0 + u_1 + \dots + u_{\{20\}}$ .

**Exercice 4.** ( $u_n$ ) est arithmétique telle que  $u_5 = 17$  et  $u_{\{12\}} = 38$ .

1. Déterminer  $u_0$  et  $r$ .
2. Calculer la somme  $u_0 + u_1 + \dots + u_{\{99\}}$ .

**Exercice 5.** ( $u_n$ ) géométrique de premier terme  $u_0 = 1$  et raison  $q = 3$ .

1. Calculer  $u_0 + u_1 + \dots + u_5$ .
2. À partir de quel rang  $u_n$  dépasse-t-il 1000 ?

**Exercice 6.** Une personne place 10,000 dirhams à 5% d'intérêts composés annuels. Soit  $u_n$  le capital après  $n$  années.

1. Démontrer que ( $u_n$ ) est géométrique et donner ses paramètres.
2. Exprimer  $u_n$ .
3. Calculer  $u_5$  (arrondir au dh près).

**Exercice 7.** Calculer sans calculatrice :

1.  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$  (somme des impairs).
2.  $T = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{\{10\}}$ .
3.  $U = \sum_{k=0}^{\{20\}} (2k + 1)$ .

**Exercice 8.** Étudier majoration / minoration / borne :

1.  $u_n = 2 - \frac{1}{n+1}$  ;
2.  $u_n = n - \frac{1}{n+1}$  ;

3.  $u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$ .

**Exercice 9.** Soit  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$ .

1. Calculer  $u_1, u_2, u_3$ .
2. Démontrer par vérification directe que  $0 \leq u_n \leq 2$  pour tout  $n$ .
3. Étudier la monotonie (signe de  $u_{n+1} - u_n$ ).

**Exercice 10.** Soit  $(v_n)$  définie par  $v_n = 3n + 2$  et  $(w_n)$  par  $w_n = 4 \times 2^n$ . Calculer  $v_n + w_n$  pour  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ .