

Exercices — Calcul trigonométrique

Chapitre 6

Exercice 1. Calculer sans calculatrice en utilisant les formules d'addition :

1. $\cos(15^\circ)$;
2. $\sin(75^\circ)$;
3. $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$;
4. $\tan(105^\circ)$.

Exercice 2. Démontrer l'identité : pour tout $a \in \mathbb{R}$, $\cos(3a) = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$.

Indication : $\cos(3a) = \cos(2a + a)$.

Exercice 3. Démontrer les formules de duplication pour $\sin(2a)$ et $\cos(2a)$ en partant des formules d'addition.

Exercice 4. Linéariser :

1. $\cos^2 x$;
2. $\sin^2 x \cos^2 x$;
3. $\cos^3 x$ (utiliser $\cos^3 x = \cos x \times \cos^2 x$).

Exercice 5. Factoriser en produit :

1. $\cos(3x) + \cos x$;
2. $\sin(5x) - \sin x$;
3. $1 + \cos x$ (on rappelle $1 = \cos 0$).

Exercice 6. Résoudre dans \mathbb{R} :

1. $\cos(2x) + \sin x = 0$;
2. $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$;
3. $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$.

Exercice 7. Mettre sous la forme $R \cos(x - \varphi)$:

1. $2 \cos x + 2\sqrt{3} \sin x$;
2. $\cos x - \sin x$.

En déduire les valeurs maximales et minimales de chaque expression.

Exercice 8. Pour tous a, b , démontrer la formule :

$$\sin a \sin b = \left(\frac{1}{2}\right)(\cos(a - b) - \cos(a + b)).$$

Exercice 9. On sait que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. En déduire $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ en utilisant une formule de duplication.

Exercice 10. Simplifier $A = \cos x \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos(x + \pi)$.