

Exercices — Calcul intégral

Chapitre 6

Exercice 1. Calculer :

1. $\int_0^1 (3x^2 - 2x + 1) dx$;
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$;
3. $\int_1^e \left(\frac{1}{x}\right) dx$;
4. $\int_0^1 e^x dx$.

Exercice 2. Par reconnaissance de forme :

1. $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$;
2. $\int \frac{\ln x}{x} dx$;
3. $\int \sin x \cos^2 x dx$.

Exercice 3. Par IPP :

1. $\int_0^1 xe^x dx$;
2. $\int_0^e \ln x dx$;
3. $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} x \sin x dx$.

Exercice 4. Valeur moyenne de f sur $[0, \pi]$ pour $f(x) = \sin x$.

Exercice 5. Aire délimitée par la courbe $y = x^2$ et $y = 4$ sur $[-2, 2]$.

Exercice 6. Aire entre les courbes $y = x$ et $y = x^2$ sur $[0, 1]$.

Exercice 7. Volume du cône droit de rayon R et hauteur h par révolution de la droite $y = \left(\frac{R}{h}\right)x$ autour de (Ox) sur $[0, h]$. Retrouver $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$.

Exercice 8. Calculer $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$.

Exercice 9. Démontrer la formule $\int_0^1 (\ln x)^2 dx = 2$ par double IPP.

Exercice 10. Soit $F(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$. Calculer $F'(x)$ et $F''(x)$.