

# Exercices — Le barycentre dans le plan

## Chapitre 10

### Barycentre de deux points

---

**Exercice 1.** Soit  $[AB]$  un segment.

1. Placer le barycentre  $G$  de  $(A, 2)$  et  $(B, 1)$ . Exprimer  $\overrightarrow{AG}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$ .
2. Placer  $G' =$  barycentre de  $(A, 1), (B, 3)$ . Comparer  $AG'$  et  $AB$ .

**Exercice 2.** Soient  $A(1; 3)$  et  $B(5; -1)$ . Calculer les coordonnées du barycentre de  $(A, 3)$  et  $(B, 1)$ .

### Barycentre de trois points

---

**Exercice 3.** Soit  $ABC$  un triangle. Construire :

1.  $G_1 =$  barycentre de  $(A, 1), (B, 1), (C, 2)$ .
2.  $G_2 =$  barycentre de  $(A, 2), (B, -1), (C, 1)$ .

**Exercice 4.** Dans un repère,  $A(0; 0), B(4; 0), C(2; 6)$ . Calculer les coordonnées :

1. du centre de gravité  $G$  de  $ABC$  ;
2. du barycentre  $H$  de  $(A, 1), (B, 2), (C, 3)$ .

### Homogénéité et associativité

---

**Exercice 5.** Le barycentre de  $(A, 4), (B, 6)$  est-il le même que celui de  $(A, 2), (B, 3)$  ? Justifier.

**Exercice 6.** Soit  $G$  le barycentre de  $(A, 2), (B, 1), (C, 3)$ . Soit  $H$  le barycentre de  $(A, 2), (B, 1)$ . Exprimer  $G$  en fonction de  $H$  et de  $C$  (en utilisant l'associativité).

### Alignement

---

**Exercice 7.** Dans un plan,  $A, B, C$  sont trois points non alignés. On pose :

$$\overrightarrow{AI} = \left(\frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AJ} = \left(\frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AC}.$$

Démontrer (via barycentre) que  $I, J$  et le milieu  $K$  de  $[BC]$  ne sont pas alignés en général. Si en revanche on prend  $\overrightarrow{AI} = \left(\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AJ} = \left(\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AC}$ , que peut-on conclure ?

## Lignes de niveau

---

**Exercice 8.** Dans le plan, soient  $A, B, C$  trois points. Déterminer l'ensemble des points  $M$  tels que :

1.  $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  ;
2.  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

## Synthèse

---

**Exercice 9.** Soient  $A, B, C$  un triangle et  $G$  son centre de gravité. Soit  $G'$  le barycentre de  $(A, 1), (B, 1), (C, k)$  avec  $k \in \mathbb{R}$  tel que  $2 + k \neq 0$ .

1. Exprimer  $\overrightarrow{AG'}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, k$ .
2. Pour quelle valeur de  $k$  a-t-on  $G' = G$  ?
3. Pour quelle valeur de  $k$  le point  $G'$  est-il sur  $(BC)$  ?

**Exercice 10.** Soient  $A, B, C$  trois points et  $G$  le barycentre de  $(A, 1), (B, 2), (C, 3)$ . Démontrer que pour tout  $M$  :

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}.$$