

# Exercices — Les limites

## Chapitre 7

**Exercice 1.** Calculer les limites :

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 - 5x + 1)$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 7)$  ;
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2+1}$ .

**Exercice 2.** Calculer :

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$  (utiliser la quantité conjuguée) ;
4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$ .

**Exercice 3.** Limites à l'infini (rationnelles) :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-3}$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{3x+2}$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+5}{x^2+1}$ .

**Exercice 4.** Limites avec racines :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ .

**Exercice 5.** Limites à gauche et à droite de  $a$  :

1.  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ , en  $a = 1$  ;
2.  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ , en  $a = 2$  (**attention** : cette fonction se simplifie).

**Exercice 6.** Soit  $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+3}$ .

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ .
2. Conclure qu'asymptote horizontale.

**Exercice 7.** Soit  $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x-1}$ .

1. Effectuer la division et écrire  $f(x) = ax + b + \frac{R(x)}{x-1}$ .
2. En déduire que  $y = x + 3$  est asymptote oblique en  $\pm\infty$ .

**Exercice 8.** Soit  $f(x) = \sqrt{x^2+x}$ . Montrer que la droite  $y = x + \frac{1}{2}$  est asymptote oblique en  $+\infty$ .

**Exercice 9.** Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  (résultat à retenir : 1) en admettant le lemme.

**Exercice 10.** Calculer :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2\cos x}{x+1}$  (utiliser un encadrement) ;
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ .