Corrigés — Équations, inéquations, programmation linéaire

Chapitre 2

Solution 1.

1. $\Delta = 25 - 24 = 1$. Racines $2, 3$. $S = \{2, 3\}$.
2. $\Delta = 9 - 16 = -7 < 0$. $S = \emptyset$.
3. Racines du trinôme : $1, -3$. $a = 1 > 0$: positif hors de $[-3, 1]$. $S =]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$.
4. Numérateur nul en ± 2, dénominateur nul en -1. Tableau de signes : $S =]-\infty, -2] \cup]-1, 2]$.

Solution 2.

1. $y = 2x - 1$ dans 1re : $3x + 4x - 2 = 12$, $x = 2$, $y = 3$.
2. De 1re et 2nde : soustraction donne $-x + 2y = -3$, donc $x = 2y + 3$. Dans 3e : $2y + 3 + 2y - z = 3$, $z = 4y$. Dans 1re : $2y + 3 + y + 4y = 6$, $y = \frac{3}{7}$. Puis $x = \frac{27}{7}$, $z = \frac{12}{7}$.

Solution 3.

Contraintes : $20x + 30y \leq 600$, c'est-à-dire $2x + 3y \leq 60$; $x + y \geq 10$; $x, y \geq 0$ et entiers. Zone : polygone délimité par ces droites dans le premier quadrant.

Solution 4.

Sommets : $(0, 0), (50, 0), (42, 16), (0, 30)$. On trouve $(42, 16)$ par intersection des deux contraintes saturées : $2x + y = 100$ et $x + 3y = 90$ donnent $x = 42, y = 16$. $Z(50, 0) = 200$, $Z(42, 16) = 168 + 80 = 248$, $Z(0, 30) = 150$. **Optimum** : $(42, 16)$, $Z = 248$.

Solution 5.

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$: racines $-3, 1$, donc $x \in]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$. $x^2 - 4 < 0$: $x \in]-2, 2[$. Intersection : $[1, 2[$.