Exercices — La dérivation

Chapitre 9

Exercice 1. Calculer $f'(a)$ par le quotient différentiel :
1. $f(x) = x^2 + 3x$ en $a = 1$;
2. $f(x) = \frac{1}{x}$ en $a = 2$;
3. $f(x) = \sqrt{x}$ en $a = 4$.

Exercice 2. Donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse a indiqué :
1. $f(x) = x^2$, $a = 3$;
2. $f(x) = \frac{1}{x}$, $a = 1$;
3. $f(x) = \sqrt{x+1}$, $a = 0$.

Exercice 3. Dériver :
1. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 1$;
2. $f(x) = (2x+1)(x^2-3)$;
3. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$;
4. $f(x) = \sqrt{x^2+1}$;
5. $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$;
6. $f(x) = (\cos x)^2$.

Exercice 4. Étudier le sens de variation et trouver les extrema :
1. $f(x) = x^2 - 4x + 3$ sur $\mathbb{R}$;
2. $f(x) = x^3 - 3x + 1$ sur $\mathbb{R}$;
3. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ sur $]-\infty, 2[$ puis $]2, +\infty[$.

Exercice 5. Dresser le tableau de variations de $f(x) = x^4 - 2x^2$.

Exercice 6. Soit $f(x) = x + \frac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$.
1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier son signe.
3. En déduire le minimum de f sur $]0, +\infty[$.

Exercice 7. On donne la courbe C_f d'une fonction f et le point $A(2; f(2)) = (2; 5)$. Sachant que la tangente en A est la droite $y = -2x + 9$, déterminer $f(2)$ et $f'(2)$.

Exercice 8. Démontrer que la fonction $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, sur $]0, +\infty[$, admet un minimum et le calculer.

Exercice 9. Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(1) = 3$ et $f'(1) = -2$. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

Exercice 10. Dériver en utilisant la règle de la composée :
1. $f(x) = (3x - 1)^5$;
2. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ pour $x \in]-2, 2[$;
3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ pour $x > -1$.