Exercices — La rotation dans le plan

Chapitre 7

Exercice 1. Donner l'image de $M(2;3)$ par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Exercice 2. Soit Ω le point $(1;0)$. Calculer l'image de $M(3;2)$ par $R_{\Omega,\frac{\pi}{2}}$.

Exercice 3. Donner l'expression analytique de la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. En déduire l'image de $A(2;0)$, $B(0;2)$, $C(1;1)$.

Exercice 4. Soit ABC un triangle équilatéral direct de centre Ω.
1. Quelle est l'image de A par $R_{\Omega,\frac{2\pi}{3}}$?
2. Quelle est l'image de A par $R_{\Omega,-\frac{2\pi}{3}}$?

Exercice 5. Dans le plan complexe, soit $z = 1 + i$ et la rotation de centre d'affixe $\omega = i$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Calculer z'.

Exercice 6. Soient deux rotations $R_1 = R_{O,\frac{\pi}{3}}$ et $R_2 = R_{O,\frac{\pi}{6}}$. Donner $R_2 \circ R_1$ et son angle.

Exercice 7. R est la rotation de centre O et angle θ. Démontrer analytiquement que R conserve les distances : si $A \mapsto A'$ et $B \mapsto B'$ alors $A'B' = AB$.

Exercice 8. Soit C le cercle d'équation $(x-2)^2 + y^2 = 9$. Donner l'équation du cercle image par $R_{O,\frac{\pi}{2}}$.

Exercice 9. Démontrer que dans le plan complexe, la relation $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + \left(1 - e^{i\frac{\pi}{3}}\right)$ définit une rotation. Préciser son centre et son angle.

Indication : chercher le point fixe $z = z'$.

Exercice 10. Construire l'image d'un carré $ABCD$ direct par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Que peut-on dire du carré obtenu ?