Corrigés — Géométrie dans l'espace

Chapitre 11

Solution 1.

1. $(2 \times 6 - 3 \times 5, 3 \times 4 - 1 \times 6, 1 \times 5 - 2 \times 4) = (-3, 6, -3)$.
2. $(0 \times 0 - 1 \times 1, 1 \times 1 - 1 \times 0, 1 \times 1 - 0 \times 1) = (-1, 1, 1)$.

Solution 2.

1. $2(x-1) + y - (z-1) = 0 \iff 2x + y - z - 1 = 0$.
2. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \iff 6x + 3y + 2z = 6$.

Solution 3.

1. $\overrightarrow{AB}(2,0,0), \overrightarrow{AC}(0,2,0)$. Produit $(0,0,4)$. Aire $= \|(0,0,4)\frac{\|}{2} = 2$.
2. $\overrightarrow{BC}(-2,2,0), \overrightarrow{BD}(-2,0,2)$. Produit $(4,4,4)$. Plan : $4(x-2) + 4y + 4z = 0$, simplifier : $x + y + z = 2$.
3. Volume tétraèdre $= |\det \frac{|}{6}$ où $\det = \left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD} = (0,0,4) \cdot (0,0,2) = 8$. $V = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

Solution 4.

$d = |2 + 1 + 1 + 3\frac{|}{\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Solution 5.

$\overrightarrow{BA}(2,1,-1)$, $\vec{u}(1,-1,1)$. $\overrightarrow{BA} \wedge \vec{u} = (1-1, -1-2, -2-1) = (0,-3,-3)$. $\|\overrightarrow{BA} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$. $d = 3\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$.

Solution 6.

Centre $(1,-2,3)$. Le plan $z = 3$ contient le centre (distance nulle). Intersection : cercle de rayon $r = 4$ (rayon de la sphère) dans le plan $z = 3$, centré en $(1,-2,3)$.

Solution 7.

Directeurs $(1,2,-1)$ et $(1,-1,2)$: non colinéaires. Points particuliers $A_1(1,0,0) \in D_1$ et $A_2(2,0,3) \in D_2$. $\overrightarrow{A_1A_2}(1,0,3)$. Produit mixte $(\vec{u_1} \wedge \vec{u_2}) \cdot \overrightarrow{A_1A_2}$: $\vec{u_1} \wedge \vec{u_2} = (2 \times 2 - (-1)(-1), -1-2, -1-2) = (3,-3,-3)$. $(3,-3,-3) \cdot (1,0,3) = 3 - 9 = -6 \neq 0$. Non coplanaires.

Solution 8.

$(\vec{u} \wedge \vec{v}) = (0,0,1)$. Produit avec $\vec{w}(1,1,1)$: 1. Volume $= |1| = 1$.

Solution 9.
$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2\ \|\vec{v}\|^2 \sin^2\theta$ où θ est l'angle. $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2\ \|\vec{v}\|^2 \cos^2\theta$. Somme $= \|\vec{u}\|^2\ \|\vec{v}\|^2\ \left(\sin^2 + \cos^2\right) = \|\vec{u}\|^2\ \|\vec{v}\|^2$.