

Exercices — Géométrie dans l'espace

Chapitre 11

Exercice 1. Calculer $\vec{u} \wedge \vec{v}$ pour :

1. $\vec{u}(1, 2, 3), \vec{v}(4, 5, 6)$;
2. $\vec{u}(1, 0, 1), \vec{v}(1, 1, 0)$.

Exercice 2. Donner l'équation du plan :

1. passant par $A(1, 0, 1)$ et normal $\vec{n}(2, 1, -1)$;
2. passant par $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 3)$ (intercepte les axes).

Exercice 3. $ABCD$ est un tétraèdre avec $A(0, 0, 0), B(2, 0, 0), C(0, 2, 0), D(0, 0, 2)$.

1. Aire du triangle ABC via produit vectoriel.
2. Équation du plan (BCD) .
3. Volume du tétraèdre.

Exercice 4. Distance du point $A(2, 1, -1)$ au plan $x + y - z + 3 = 0$.

Exercice 5. Droite (D) passant par $B(1, 0, 2)$ et directeur $\vec{u}(1, -1, 1)$. Distance du point $A(3, 1, 1)$ à (D) (utiliser le produit vectoriel).

Exercice 6. Soit la sphère $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$. Calculer son intersection avec le plan $z = 3$: est-ce un cercle ? Précisions.

Exercice 7. Montrer que les droites $D_1 : \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-t \end{cases}$ et $D_2 : \begin{cases} x=2+s \\ y=-s \\ z=3+2s \end{cases}$ sont non coplanaires.

Exercice 8. Volume du parallélépipède engendré par $\vec{u}(1, 0, 0), \vec{v}(1, 1, 0), \vec{w}(1, 1, 1)$.

Indication : calculer $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$.

Exercice 9. Démontrer que pour tous vecteurs \vec{u}, \vec{v} : $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|^2 + (\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2$ (identité de Lagrange).