

Exercices — Nombres complexes (partie 2)

Chapitre 8

Exercice 1. Donner la forme trigonométrique :

1. $z = 1 + i$;
2. $z = -1 + i\sqrt{3}$;
3. $z = -3$;
4. $z = 2i$.

Exercice 2. Donner la forme algébrique :

1. $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$;
2. $z = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$;
3. $z = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

Exercice 3. Calculer $(1 + i)^8$ en utilisant Moivre.

Exercice 4. Linéariser $\cos^3 x$ via Euler.

Exercice 5. Déterminer les racines cubiques de $8e^{i\frac{\pi}{2}} = 8i$.

Exercice 6. Soit $\omega = e^{2i\frac{\pi}{3}}$. Calculer $1 + \omega + \omega^2$.

Exercice 7. Résoudre dans \mathbb{C} : $z^4 = 16$.

Exercice 8. Soient $A(1)$, $B(i)$, $M(z)$. Sachant que $\frac{z-1}{z-i} = 1 + i$, déterminer z et interpréter géométriquement.

Exercice 9. Dans le plan complexe, soient $A(1 + i)$, $B(3 - i)$, $C(z)$. Pour quelle valeur de z le triangle ABC est-il équilatéral direct ?

Indication : utiliser la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Exercice 10. Démontrer la formule $\sin\left(2\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(4\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(6\frac{\pi}{7}\right) = 0$.

Indication : somme des parties imaginaires des racines 7-ièmes de l'unité, qui valent 0.