

Exercices — Dérivation et étude des fonctions

Chapitre 2

Exercice 1. Étudier la dérivabilité de $f(x) = x\sqrt{x}$ sur \mathbb{R}_+ , puis en 0.

Exercice 2. $f(x) = |x^2 - 1|$. Identifier les points où f n'est pas dérivable.

Exercice 3. Appliquer Rolle à $f(x) = x^3 - 3x$ sur $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$. Trouver le(s) c tel(s) que $f'(c) = 0$.

Exercice 4. Soit f définie sur $[0, 1]$, $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$. Vérifier les hypothèses de Rolle et trouver c .

Exercice 5. Utiliser le TAF pour démontrer $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ pour tous x, y .

Exercice 6. Étude complète de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$: domaine, limites, tableau de variations, asymptotes éventuelles, tracé.

Exercice 7. Étude de $f(x) = \frac{x^2-1}{x-2}$: asymptotes, variations, points particuliers.

Exercice 8. Étude de $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ sur \mathbb{R} . Limites à $\pm\infty$, monotonie, asymptote.

Exercice 9. On cherche à fabriquer une boîte ouverte en carton à partir d'un carré 20×20 cm, en découpant quatre petits carrés identiques de côté x aux coins puis en pliant. Quel x maximise le volume ?

Exercice 10. Soit $f(x) = x^2 e^{\{-x\}}$ (on admettra que $e^{\{-x\}} > 0$ et ses règles de dérivation — anticipation du chapitre exp).

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe et les variations.
3. Déterminer les extrema.