

Devoir surveillé n°2 : Mathématiques

Semestre 1, devoir 2

Durée : 1 heure. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé. La qualité de la rédaction et la précision des justifications sont prises en compte dans la notation.
Le sujet comporte trois exercices indépendants. Barème : 6 + 5 + 9 points.

Polynômes et équations

Exercice 1 (6 points). On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.

1. Vérifier que -2 est une racine de P . (0,5 pt)
2. Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout réel x : $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$. (1,5 pt)
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (1,5 pt)
4. À l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$. (1,5 pt)
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|2x - 1| = 5$. Que remarque-t-on ? (1 pt)

Trigonométrie

Exercice 2 (5 points).

1. Convertir 150° en radians et $\frac{7\pi}{4}$ radians en degrés. (1 pt)
2. Soit x un réel tel que $\sin x = \frac{3}{5}$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.
 - (a) Calculer $\cos x$, puis $\tan x$. (1,5 pt)
 - (b) En déduire $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi + x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$. (1,5 pt)
3. (a) Calculer la valeur exacte de $E = \cos(\frac{5\pi}{6}) + \sin(\frac{7\pi}{6}) + \tan(\frac{3\pi}{4})$. (0,5 pt)
 - (b) Sachant que $1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733$, donner un encadrement de E . (0,5 pt)

Géométrie analytique

Exercice 3 (9 points). Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points $A(-1; 2)$, $B(3; 4)$ et $C(4; -3)$.

1. (a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. (0,5 pt)
 - (b) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés. (1 pt)
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. (1 pt)
3. Soit G le centre de gravité du triangle ABC . Calculer les coordonnées de G . (1 pt)
4. Montrer que la droite (AB) a pour équation cartésienne $x - 2y + 5 = 0$. (1 pt)
5. Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et perpendiculaire à (AB) . (1 pt)

6. (a) Déterminer les coordonnées du point H , intersection des droites (AB) et (Δ) . (1 pt)
(b) Vérifier que H est le milieu de $[AB]$. En déduire la nature du triangle ABC . (0,5 pt)
7. Calculer la distance du point C à la droite (AB) , puis l'aire du triangle ABC . (1 pt)
8. Soit p la projection sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC) . Déterminer les coordonnées du point $p(H)$ (on justifiera à l'aide d'une propriété de la projection). (1 pt)