MATHNIT · LIVRE DE MISE À NIVEAU

Prêt pour le Tronc Commun

Mathématiques – du collège au lycée

2026 – édition a

Avant-propos

Ce livre n'est pas un manuel du Tronc Commun. C'est le manuel qu'il **faudrait avoir lu avant d'y entrer**. Il rassemble, explique et fait pratiquer les notions du collège que le lycée suppose acquises mais ne reprend jamais.

Il s'adresse à l'élève qui prépare son entrée au Tronc Commun scientifique, à celui ou celle qui y est déjà et se sent fragile sur un point précis, et à l'enseignant ou au parent qui cherche un polycopié de mise à niveau cohérent. La langue est celle de la classe : le français.

Chaque chapitre suit le même rythme : un cours bref, des exemples résolus pas à pas, les erreurs fréquentes à éviter, des exercices progressifs, un quiz d'autocontrôle, les corrigés, et un encadré **« Vers le Tronc Commun »** qui explique comment ce que tu viens d'apprendre sera réutilisé dès la première semaine de lycée.

Avant de commencer, passe par le **test de positionnement** du chapitre 0 : il t'indique les chapitres à travailler en priorité. Le livre se lit dans l'ordre, mais rien n'interdit d'aller d'abord aux chapitres où tu as le plus de marge de progrès.

Bonne lecture – l'équipe Mathnit.

Table des matières

0

CHAPITRE

Test de positionnement

Objectifs

- identifier en moins de 30 minutes les thèmes à revoir en priorité
- se donner une base honnête avant d'attaquer le livre
- ne pas perdre de temps sur ce qu'on maîtrise déjà

Prérequis

Aucun — prise en main libre.

Astuce

Ce test est **court** et **sans calculatrice**. Tu n'as pas à tout réussir. Son seul but : savoir où tu en es et par quel chapitre commencer. Donne-toi 30 minutes maximum. À la fin, tu comptes tes bonnes réponses par thème avec la grille de la section « Comment utiliser les résultats ».

Thème A – Fractions et décimaux

Exercice 1. ★☆☆

Simplifier $\frac{36}{48}$.

Exercice 2. ★☆☆

Calculer $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$.

Exercice 3. ★★☆

Calculer $\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$ (résultat simplifié).

Exercice 4. ★★☆

Écrire $0{,}125$ sous forme de fraction irréductible.

Exercice 5. ★★☆

Comparer $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{12}$ sans calculatrice.

Thème B – Nombres relatifs et ordres

Exercice 6. ★☆☆

Calculer $-7+3$, puis $-7-(-3)$.

Exercice 7. ★☆☆

Calculer $(-4)\times(-5)$, puis $\frac{-12}{4}$.

Exercice 8. ★★☆

Ranger par ordre croissant : $-3; 2{,}5; -\frac{5}{2}; 0; -3{,}1$.

Exercice 9. ★★☆

Calculer $-3\times(2-5)+4$ en respectant les priorités.

Thème C – Calcul littéral

Exercice 10. ★☆☆

Développer $3(x+4)$.

Exercice 11. ★★☆

Développer $(x+2)(x-5)$.

Exercice 12. ★★☆

Factoriser $7x+14$.

Exercice 13. ★★★

Développer $(x+3)^2$, puis $(x-4)^2$, puis $(x+5)(x-5)$.

Exercice 14. ★★★

Factoriser x^2-9.

Thème D – Équations

Exercice 15. ★☆☆

Résoudre $2x+5=11$.

Exercice 16. ★★☆

Résoudre $3(x-2) = 4x + 1$.

Exercice 17. ★★★

Résoudre le système

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases}.$$

Thème E – Puissances et racines

Exercice 18. ★☆☆

Calculer 2^5 et 10^4.

Exercice 19. ★★☆

Écrire 3^{-2} en fraction.

Exercice 20. ★★☆

Donner l'écriture scientifique de $0\{,\}00045$.

Exercice 21. ★★☆

Calculer $\sqrt{49}$, $\sqrt{0\{,\}25}$, $\sqrt{(-5)^2}$.

Thème F – Géométrie (Thalès, Pythagore, trigo)

Exercice 22. ★★☆

Dans un triangle rectangle en A, $AB = 3$ et $AC = 4$. Calculer BC.

Exercice 23. ★★☆

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse vaut 13 et un côté 5. Calculer le troisième côté.

Exercice 24. ★★★

Dans un triangle rectangle, l'angle aigu vaut 30° et l'hypoténuse vaut 10 cm. Quel est le côté opposé à cet angle ? (On prendra $\sin(30°) = \frac{1}{2}$.)

Exercice 25. ★★★

Dans la configuration de Thalès avec des droites parallèles, on a $AB = 6$, $AC = 9$, $AM = 4$ (M sur (AB)). Calculer AN (N sur (AC), (MN) parallèle à (BC)).

Corrigés

Solution 1

$\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$.

Solution 2

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$.

Solution 3

$\frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$.

Solution 4

$0\{,\}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$.

Solution 5

$\frac{5}{8} = 0\{,\}625$ et $\frac{7}{12} \approx 0\{,\}583$. Donc $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$.

Solution 6

$-7 + 3 = -4$; $-7 - (-3) = -7 + 3 = -4$.

Solution 7

$(-4) \times (-5) = 20$; $\frac{-12}{4} = -3$.

Solution 8

$-3\{,\}1 < -3 < -\frac{5}{2} < 0 < 2\{,\}5$.

Solution 9

$-3 \times (2 - 5) + 4 = -3 \times (-3) + 4 = 9 + 4 = 13$.

Solution 10

$3(x + 4) = 3x + 12$.

Solution 11

$(x + 2)(x - 5) = x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$.

Solution 12

$7x + 14 = 7(x + 2)$.

Solution 13

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$; $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$; $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$.

Solution 14

$x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$.

Solution 15

$2x + 5 = 11 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

Solution 16

$3(x-2) = 4x + 1 \Rightarrow 3x - 6 = 4x + 1 \Rightarrow -7 = x \Rightarrow x = -7$.

Solution 17

En ajoutant les deux équations : $3x = 9 \Rightarrow x = 3$, puis $y = 7 - 3 = 4$.

Solution 18

$2^5 = 32$; $10^4 = 10000$.

Solution 19

$3^{-2} = \frac{1}{9}$.

Solution 20

$0\{,\}00045 = 4\{,\}5 \times 10^{-4}$.

Solution 21

$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{0\{,\}25} = 0\{,\}5$; $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

Solution 22

Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$, donc $BC = 5$.

Solution 23

Pythagore : $13^2 = 5^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow x = 12$.

Solution 24

$\sin(30°) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\text{opp}}{10} = \frac{1}{2}$, donc $\text{opp} = 5$ cm.

Solution 25

Thalès : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, donc $\frac{4}{6} = \frac{AN}{9}$, soit $AN = 4 \times \frac{9}{6} = 6$.

Comment utiliser les résultats

Compte ton nombre de bonnes réponses par thème. Pour chaque thème où tu as moins de la moitié de bonnes réponses, la priorité est forte ; entre moitié et tout juste, la priorité est moyenne ; au-delà, tu peux survoler rapidement.

À retenir

Thème A (fractions) : chapitre 2. **Thème B (relatifs)** : chapitre 3. **Thème C (calcul littéral et identités remarquables)** : chapitres 4 et 5. **Thème D (équations)** : chapitre 6. **Thème E (puissances et racines)** : chapitres 7 et 8. **Thème F (Thalès, Pythagore, trigonométrie)** : chapitres 10 et 11.

Vers le Tronc Commun →

Ces six thèmes couvrent exactement les gestes mathématiques que le Tronc Commun utilisera **sans jamais les re-enseigner**. Chaque bonne réponse ici est une difficulté en moins en classe.

1

CHAPITRE

Les nombres, de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$

Objectifs

- reconnaître à quel ensemble appartient un nombre donné
- lire, écrire et comparer fractions, décimaux et racines
- placer un nombre sur la droite graduée et encadrer sa valeur

Prérequis

- savoir additionner, soustraire et multiplier des entiers
- connaître le vocabulaire « numérateur, dénominateur »

Le grand tour des ensembles

Les nombres ne sont pas tous du même genre. En maths, on les range dans des **ensembles** emboîtés, du plus simple au plus large.

Définition – Ensembles de nombres

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$: les **entiers naturels**.
- $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$: les **entiers relatifs**.
- $\mathbb{D}$: les **décimaux**, c'est-à-dire les nombres qui s'écrivent avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
- $\mathbb{Q}$: les **rationnels**, c'est-à-dire les fractions $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$.
- $\mathbb{R}$: les **réels**. Tout ce qui se place sur la droite graduée, y compris π, $\sqrt{2}$, e, etc.

On a la chaîne d'inclusions

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Chaque ensemble contient le précédent — mais strictement : $-3 \in \mathbb{Z}$ mais $-3 \notin \mathbb{N}$; $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ (car son écriture décimale est infinie : $0\{,\}333...$).

Énoncé **Résolution**

À quel plus petit ensemble appartient chacun de ces nombres ?

$$-7 \quad ; \quad 2\{,\}75 \quad ; \quad \frac{5}{6} \quad ; \quad \sqrt{5} \quad ; \quad \pi.$$

-7 est entier négatif : plus petit ensemble $\mathbb{Z}$.

$2\{,\}75 = \frac{275}{100}$ — écriture finie : décimal, donc $\mathbb{D}$.

$\frac{5}{6}$ donne $0\{,\}8333\ldots$: rationnel non décimal, donc $\mathbb{Q}$.

$\sqrt{5}$ est irrationnel : $\mathbb{R}$.

π est irrationnel : $\mathbb{R}$.

Attention – piège fréquent

Tout décimal est rationnel, mais l'inverse est faux. $\frac{1}{3}$ est rationnel et ne s'écrit pas sous forme décimale finie.

Fractions : lire, simplifier, comparer

Une fraction $\frac{a}{b}$ s'écrit avec $b \neq 0$. Elle est **irréductible** lorsque a et b n'ont plus de diviseur commun autre que 1.

Propriété – Simplification

Diviser numérateur et dénominateur par un même nombre non nul ne change pas la valeur de la fraction :

$$\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b} \quad (k \neq 0).$$

Énoncé

Simplifier $\frac{48}{60}$.

Résolution

On cherche le plus grand diviseur commun de 48 et 60. C'est 12.

$$\frac{48}{60} = \frac{4 \times 12}{5 \times 12} = \frac{4}{5}.$$

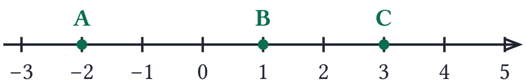
La fraction est maintenant irréductible.

Astuce

Pour comparer deux fractions, ramène-les au même dénominateur, ou passe par leur écriture décimale : $\frac{5}{8} = 0\{,\}625$ et $\frac{3}{5} = 0\{,\}6$, donc $\frac{5}{8} > \frac{3}{5}$.

La droite graduée – placer et encadrer

Chaque nombre réel correspond à un unique point de la droite graduée. À l'inverse, chaque point a une abscisse réelle.



Définition – Encadrement

Encadrer un nombre x à 10^{-n} près, c'est trouver deux décimaux a et b tels que

$$a \leq x \leq b \quad \text{avec} \quad b - a = 10^{-n}.$$

Énoncé

Résolution

Encadrer $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près.

$\sqrt{2} \approx 1\{,\}41421\ldots$

On prend $a = 1\{,\}41$ et $b = 1\{,\}42$, de sorte que

$$1\{,\}41 \leq \sqrt{2} \leq 1\{,\}42.$$

L'écart est bien $0\{,\}01 = 10^{-2}$.

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Ranger ces nombres du plus petit au plus grand :

$$-3 \quad ; \quad 2\{,\}4 \quad ; \quad -\frac{5}{2} \quad ; \quad \frac{7}{3} \quad ; \quad 0.$$

Exercice 2.

★☆☆

Indiquer à quel plus petit ensemble parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ appartient chacun de ces nombres :

1. 12 ;
2. -4 ;
3. $3\{,\}8$;
4. $\frac{2}{7}$;
5. $\sqrt{9}$;
6. $\sqrt{10}$.

Exercice 3.

★★☆

Simplifier au maximum :

1. $\frac{42}{56}$;
2. $\frac{75}{100}$;
3. $\frac{36}{48}$;
4. $\frac{91}{65}$.

Exercice 4.

★★☆

Encadrer à 10^{-1} près :

1. $\sqrt{3}$;
2. $\sqrt{20}$;
3. $\frac{10}{3}$.

Exercice 5.

★★★

Montrer que $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ (mise au même dénominateur).

Vérifie-toi – 1

1. $-\frac{1}{2}$ appartient à $\mathbb{N}$? (oui / non)
2. Toute fraction est un décimal. (vrai / faux)
3. $\sqrt{16}$ est un entier. (vrai / faux)

Réponses

1. non.

2. faux — contre-exemple : $\frac{1}{3}$.
3. vrai : $\sqrt{16} = 4$.

Corrigés

Solution 1

Écritures décimales : $-3; 2\{,\}4; -2\{,\}5; 2\{,\}33...; 0$. Rangement croissant : $-3 < -\frac{5}{2} < 0 < \frac{7}{3} < 2\{,\}4$.

Solution 2

1. $\mathbb{N}$;
2. $\mathbb{Z}$;
3. $\mathbb{D}$;
4. $\mathbb{Q}$;
5. $\mathbb{N}$ (car $\sqrt{9} = 3$) ;
6. $\mathbb{R}$ (car $\sqrt{10}$ est irrationnel).

Solution 3

1. $\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$;
2. $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$;
3. $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$;
4. $\frac{91}{65} = \frac{7}{5}$.

Solution 4

1. $1\{,\}7 \leq \sqrt{3} \leq 1\{,\}8$;
2. $4\{,\}4 \leq \sqrt{20} \leq 4\{,\}5$;
3. $3\{,\}3 \leq \frac{10}{3} \leq 3\{,\}4$.

Solution 5

Dénominateur commun : 12.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Vers le Tronc Commun →

Dès le chapitre 1 du Tronc Commun (« Les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ »), on réutilisera exactement ces notations et ces inclusions. Si tu sais déjà à quel ensemble appartient un nombre, tu auras trois semaines d'avance.

2

CHAPITRE

Fractions sans peur

Objectifs

- additionner, soustraire, multiplier, diviser des fractions
- simplifier et comparer sans calculatrice
- manipuler les fractions de fractions et les signes

Prérequis

- connaître les tables de multiplication
- le chapitre 1 « Les nombres, de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$ »

Rappel – qu'est-ce qu'une fraction ?

Une fraction $\frac{a}{b}$ représente la division de a par b. Le nombre du haut est le **numérateur**, celui du bas le **dénominateur**. On n'écrit jamais une fraction dont le dénominateur est nul.

Définition – Forme irréductible

Une fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible** lorsque le plus grand diviseur commun à $|a|$ et $|b|$ vaut 1.

Exemples : $\frac{3}{5}$ est irréductible, $\frac{6}{10}$ ne l'est pas (on peut simplifier par 2 : $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$).

Simplifier – chercher le diviseur commun

Propriété – Simplification

Pour tout $k \neq 0$:

$$\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}.$$

On peut donc diviser numérateur et dénominateur par un même nombre non nul.

Énoncé **Résolution**

Rendre $\frac{84}{126}$ irréductible.

On cherche le plus grand diviseur commun. $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 63 = 2 \times 3^2 \times 7$.

Diviseur commun : $2 \times 3 \times 7 = 42$.

$$\frac{84}{126} = \frac{2 \times 42}{3 \times 42} = \frac{2}{3}.$$

Astuce

Tu n'as pas besoin de décomposer en produits de facteurs premiers pour simplifier : il suffit d'enlever par étapes les diviseurs communs que tu vois tout de suite (2, 5, 10...) jusqu'à ce que la fraction soit visiblement irréductible.

Addition et soustraction

Propriété – Même dénominateur

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Quand les dénominateurs diffèrent, on **réduit au même dénominateur**.

Énoncé

Calculer $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

Résolution

Dénominateur commun : 12.

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}.$$

Donc $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

Attention – piège fréquent

On n'additionne **jamais** les fractions en additionnant numérateurs et dénominateurs ! $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$. Il faut d'abord le même dénominateur.

Multiplication et division

Propriété – Multiplication

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Simplifier **avant** de multiplier fait gagner du temps.

Propriété – Division

Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Énoncé

Résolution

Calculer $\frac{14}{15} \times \frac{25}{21}$.

Avant de multiplier, on simplifie en croix : $14 = 2 \times 7$ et $21 = 3 \times 7$, donc on peut diviser 14 et 21 par 7 ; $15 = 3 \times 5$ et $25 = 5 \times 5$, donc on peut diviser 15 et 25 par 5.

$$\frac{14}{15} \times \frac{25}{21} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}.$$

Énoncé

Calculer $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}}$.

Résolution

$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$.

Le signe d'une fraction

Une fraction peut porter un signe négatif au numérateur, au dénominateur ou devant la barre — les trois sont équivalents :

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}.$$

On adopte la convention de placer le signe **devant la fraction**.

Attention – piège fréquent

$-\frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$ (deux signes négatifs se neutralisent), mais $-\frac{3}{5} \neq \frac{3}{-5}$: l'une vaut $-0\{,\}6$, l'autre aussi. En fait, les deux sont égales ! La règle ci-dessus.

Comparer deux fractions

Trois méthodes, de la plus rapide à la plus sûre :

- **Même dénominateur** : mettre au même dénominateur, comparer les numérateurs.
- **Produit en croix** : pour $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ positifs, $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$.
- **Écriture décimale** : diviser et comparer les chiffres.

Énoncé

Comparer $\frac{7}{10}$ et $\frac{11}{15}$.

Résolution

Produit en croix : $7 \times 15 = 105$ et $10 \times 11 = 110$. Comme $105 < 110$, on a $\frac{7}{10} < \frac{11}{15}$.

Exercices

Exercice 1. ★☆☆

Simplifier au maximum :

1. $\frac{18}{24}$;
2. $\frac{45}{60}$;
3. $\frac{72}{96}$;
4. $\frac{120}{150}$.

Exercice 2. ★☆☆

Calculer et simplifier :

1. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$;
2. $\frac{7}{10} - \frac{1}{5}$;
3. $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$;
4. $\frac{5}{8} - \frac{2}{3}$.

Exercice 3. ★★☆

Calculer (résultat irréductible) :
1. $\frac{3}{7} \times \frac{14}{9}$;
2. $\frac{5}{12} \times \frac{8}{15}$;
3. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}}$;
4. $\frac{\frac{7}{10}}{\frac{21}{5}}$.

Exercice 4. ★★☆

Comparer :
1. $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{8}$;
2. $\frac{5}{9}$ et $\frac{4}{7}$;
3. $\frac{7}{12}$ et $\frac{11}{18}$.

Exercice 5. ★★☆

Calculer :

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}}.$$

Exercice 6. ★★★

Pendant les vacances, Karim lit $\frac{2}{5}$ de son livre la première semaine, puis $\frac{1}{3}$ de ce qui reste la deuxième. Quelle fraction du livre a-t-il lue ? Quelle fraction lui reste-t-il ?

Vérifie-toi – 1

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$.
2. Pour comparer deux fractions positives $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, le produit en croix compare ad et bc.
3. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$.

Réponses
1. faux : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
2. vrai.
3. vrai.

Corrigés

Solution 1

1. $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$;
2. $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$;
3. $\frac{72}{96} = \frac{3}{4}$;
4. $\frac{120}{150} = \frac{4}{5}$.

Solution 2

1. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$;
2. $\frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{7}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$;

3. $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}$;
4. $\frac{5}{8}-\frac{2}{3}=\frac{15}{24}-\frac{16}{24}=-\frac{1}{24}$.

Solution 3

1. $\frac{3}{7}\times\frac{14}{9}=\frac{3\times14}{7\times9}=\frac{3\times2}{9}=\frac{2}{3}$;
2. $\frac{5}{12}\times\frac{8}{15}=\frac{5\times8}{12\times15}=\frac{1\times2}{3\times3}=\frac{2}{9}$;
3. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$;
4. $\frac{\frac{7}{10}}{\frac{21}{5}}=\frac{7}{10}\times\frac{5}{21}=\frac{35}{210}=\frac{1}{6}$.

Solution 4

1. $2\times8=16$ vs $5\times3=15$: $\frac{2}{5}>\frac{3}{8}$.
2. $5\times7=35$ vs $9\times4=36$: $\frac{5}{9}<\frac{4}{7}$.
3. $7\times18=126$ vs $12\times11=132$: $\frac{7}{12}<\frac{11}{18}$.

Solution 5

Numérateur : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$. Dénominateur : $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$. Le tout : $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}=1$.

Solution 6

Lu semaine 1 : $\frac{2}{5}$. Reste : $\frac{3}{5}$. Lu semaine 2 : $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$. Total lu : $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$. Reste : $\frac{2}{5}$.

Vers le Tronc Commun →

Les fractions reviennent partout au Tronc Commun : dans le calcul algébrique (polynômes, quotients), dans les inéquations, dans les probabilités, en trigonométrie (fractions d'angles). Être à l'aise ici t'évitera des erreurs de signe et de calcul dans des contextes bien plus riches.

3

CHAPITRE

Relatifs et règle des signes

Objectifs

- additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres relatifs
- appliquer la règle des signes sans hésiter
- supprimer des parenthèses en respectant les signes

Prérequis

- savoir compter, additionner et multiplier des nombres positifs

Le signe, avant le nombre

Un **nombre relatif** est un nombre affecté d'un signe : positif $(+)$ ou négatif $(-)$. On note $+7$ ou simplement 7 pour un positif, et -7 pour son opposé. Le nombre 0 n'est ni positif ni négatif.

Définition – Opposés

Deux nombres relatifs sont **opposés** lorsque leur somme vaut 0. L'opposé de a est noté $-a$. Pour tout a : $a + (-a) = 0$.

Addition et soustraction

Propriété – Addition – règle

- Deux nombres de **même signe** : on ajoute leurs valeurs absolues, on garde le signe commun. Exemple : $(-3) + (-5) = -8$.
- Deux nombres de **signes contraires** : on soustrait la plus petite valeur absolue à la plus grande, et on garde le signe de celui dont la valeur absolue est la plus grande. Exemple : $(-7) + 4 = -3$.

Propriété – Soustraire, c'est ajouter l'opposé

$$a - b = a + (-b).$$

Énoncé

Calculer $(-12) - (-5) + 3$.

Résolution

Soustraire -5 revient à ajouter $+5$: $(-12) - (-5) = -12 + 5 = -7$. Puis $-7 + 3 = -4$.

Attention – piège fréquent

Pièges fréquents.
- $-(-a) = +a$.
- $-(a + b) = -a - b$ (on distribue le signe à tous les termes).
- $-(a - b) = -a + b$.

Multiplication et division

Propriété – Règle des signes

- $(+) \times (+) = +$;
- $(+) \times (-) = -$;
- $(-) \times (+) = -$;
- $(-) \times (-) = +$.

La même règle s'applique à la division.

Une formulation courte : **deux signes pareils donnent plus, deux signes différents donnent moins**.

Énoncé

Calculer $(-4) \times 7$ et $(-6) \times (-5)$.

Résolution

$(-4) \times 7 = -28$. (signes contraires)

$(-6) \times (-5) = +30$. (mêmes signes négatifs)

Énoncé

Calculer $\frac{-45}{9}$ et $\frac{-36}{-4}$.

Résolution

$\frac{-45}{9} = -5$.

$\frac{-36}{-4} = +9$.

Supprimer des parenthèses

Quand le signe devant une parenthèse est **plus** $(+)$, on peut simplement enlever la parenthèse. Quand c'est un **moins** $(-)$, on change **tous** les signes à l'intérieur.

Énoncé

Écrire sans parenthèses : $7 - (3 - 5 + x) + (2 - x)$.

Résolution

$7 - (3 - 5 + x) + (2 - x) = 7 - 3 + 5 - x + 2 - x$

$= 11 - 2x$.

Astuce

Pour distribuer un signe, imagine qu'il s'agit de la multiplication par -1 : $-(3 - 5 + x) = (-1) \times 3 + (-1) \times (-5) + (-1) \times x$, d'où $-3 + 5 - x$.

Puissances d'un négatif

Une puissance paire d'un négatif est positive ; une puissance impaire reste négative :

$$(-2)^2 = 4, \quad (-2)^3 = -8, \quad (-2)^4 = 16.$$

Attention – piège fréquent

Ne confondre pas $(-3)^2$ (qui vaut 9) avec -3^2 (qui vaut -9, car sans parenthèses, la puissance porte seulement sur 3).

Exercices

Exercice 1.
★☆☆

Calculer :
1. $(-8) + (-6)$;
2. $(-12) + 5$;
3. $7 - (-3)$;
4. $-9 - 4$.

Exercice 2.
★☆☆

Calculer :
1. $(-3) \times (-7)$;
2. $(-6) \times 4$;
3. $\frac{-20}{-5}$;
4. $\frac{-48}{6}$.

Exercice 3.
★★☆

Calculer en respectant les priorités :
1. $-3 + 4 \times (-2)$;
2. $(5 - 8) \times (-2) + 7$;
3. $-2^2 + (-2)^2$;
4. $-(3 - 5)^2$.

Exercice 4.
★★☆

Écrire sans parenthèses, puis réduire :
1. $4 - (x - 7) + 2(3 - x)$;
2. $-(a - b + c) - (b - a - c)$;
3. $2 - 3(1 - x) - (x - 4)$.

Exercice 5.
★★★

La température à 6 h est de -3°C. Elle baisse de 2°C toutes les heures pendant trois heures, puis remonte de 5°C en une heure. Quelle est la température à 10 h ?

Exercice 6.
★★★

Montrer que $(-a)^2 = a^2$ pour tout a, en utilisant la règle des signes.

Vérifie-toi – 1

1. $-(-5) = -5$.
2. $(-3)^2 = -9$.
3. Soustraire un négatif revient à ajouter un positif.

4. $-3(x-2) = -3x+2$.

Réponses

1. faux : $-(-5) = +5$.
2. faux : $(-3)^2 = +9$.
3. vrai.
4. faux : $-3(x-2) = -3x+6$.

Corrigés

Solution 1

1. -14 ;
2. -7 ;
3. $7-(-3) = 7+3 = 10$;
4. -13.

Solution 2

1. 21 ;
2. -24 ;
3. 4 ;
4. -8.

Solution 3

1. $-3+(-8) = -11$;
2. $(-3)\times(-2)+7 = 6+7 = 13$;
3. $-4+4 = 0$;
4. $-(-2)^2 = -4$.

Solution 4

1. $4-x+7+6-2x = 17-3x$.
2. $-a+b-c-b+a+c = 0$.
3. $2-3+3x-x+4 = 3+2x$.

Solution 5

À 7 h : $-3-2 = -5°$. À 8 h : $-7°$. À 9 h : $-9°$. À 10 h : $-9+5 = -4°$C.

Solution 6

$(-a)^2 = (-a)\times(-a)$. Règle des signes : deux négatifs $\longrightarrow$ positif. Donc $(-a)^2 = a\times a = a^2$.

Vers le Tronc Commun →

La règle des signes est la compétence **la plus réutilisée** du lycée : équations du second degré, étude de fonctions, produits scalaires, dérivation… Chaque erreur de signe coûte cher au tableau. Elle s'automatise ici, pour ne plus t'y attarder plus tard.

4

CHAPITRE

Calcul littéral

Objectifs

- comprendre ce qu'est une expression littérale et sa valeur numérique
- développer et réduire une expression avec rigueur
- factoriser par facteur commun

Prérequis

- la règle des signes (chapitre 3)
- les priorités opératoires

Du nombre à la lettre

Lorsqu'on remplace un nombre par une lettre, on obtient une **expression littérale**. La lettre représente un nombre qu'on ne connaît pas encore ou qui varie. On appelle la lettre une **variable** (souvent x, y, a, b...).

Définition – Expression littérale

Une expression formée de nombres, de lettres et d'opérations. **Calculer sa valeur**, c'est remplacer les lettres par des nombres précis et effectuer les opérations.

Énoncé

Calculer la valeur de $3x - 2y + 7$ pour $x = 5$ et $y = -1$.

Résolution

On remplace : $3 \times 5 - 2 \times (-1) + 7 = 15 + 2 + 7 = 24$.

Conventions d'écriture

- On omet le symbole $\times$ entre un nombre et une lettre : $3 \times x$ s'écrit $3x$.
- On omet aussi $\times$ entre deux lettres : $x \times y = xy$.
- $1 \times x = x$; $-1 \times x = -x$; $0 \times x = 0$.
- $x^2 = x \times x$, $x^3 = x \times x \times x$, etc.

Attention – piège fréquent

Ne pas confondre :
- $2x$ (produit de 2 par x) avec x^2 (carré de x).
- $x + x + x = 3x$ (somme $\longrightarrow$ coefficient) avec $x \times x \times x = x^3$ (produit $\longrightarrow$ exposant).

Réduire une expression

Réduire, c'est regrouper les termes semblables — ceux qui contiennent la **même** lettre avec le **même** exposant.

Énoncé

Réduire $5x + 3 - 2x + 7 - x^2 + 4x^2$.

Résolution

- Termes en x^2 : $-x^2 + 4x^2 = 3x^2$.
  - Termes en x : $5x - 2x = 3x$.
  - Termes constants : $3 + 7 = 10$.

Résultat : $3x^2 + 3x + 10$.

Attention – piège fréquent

$3x$ et $3x^2$ ne sont **pas** semblables : on ne peut pas les additionner directement.

Développer

Développer, c'est transformer un produit en somme en appliquant la distributivité :

Propriété – Distributivité simple

$$k(a + b) = ka + kb, \quad k(a - b) = ka - kb.$$

Propriété – Double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.$$

Énoncé

Développer et réduire $3(2x - 5) - 2(x + 4)$.

Résolution

$3(2x - 5) = 6x - 15$ et $-2(x + 4) = -2x - 8$.

Somme : $6x - 15 - 2x - 8 = 4x - 23$.

Énoncé

Développer $(2x + 1)(x - 3)$.

Résolution

$= 2x \times x + 2x \times (-3) + 1 \times x + 1 \times (-3)$

$= 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$.

Factoriser par facteur commun

Factoriser, c'est transformer une somme en produit. La technique la plus courante : mettre en évidence un **facteur commun** à tous les termes.

Propriété – Factor commun

$$ka + kb = k(a + b).$$

On « sort » k de la somme.

Énoncé

Factoriser $14x - 21$.

Résolution

$14 = 7 \times 2$ et $21 = 7 \times 3$. Facteur commun : 7.

$$14x - 21 = 7(2x - 3).$$

Énoncé

Factoriser $5x^2 + 15x$.

Résolution

$5x^2 = 5x \times x$ et $15x = 5x \times 3$. Facteur commun : $5x$.

$$5x^2 + 15x = 5x(x + 3).$$

Astuce

Le facteur commun peut être un produit **ou** une parenthèse entière. Exemple : $3(x-1) + 5x(x-1) = (x-1)(3+5x)$.

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Calculer la valeur des expressions pour $x = -2$ et $y = 3$:
1. $2x + y$;
2. $x^2 - 3y$;
3. $(x + y)^2$;
4. $xy - x + y$.

Exercice 2.

★☆☆

Réduire :
1. $7x - 3 + 2x + 5$;
2. $x^2 + 4x - 2x^2 + x$;
3. $3a - 5b + 2a + 4b$;
4. $-2x + 3 - x + 7 - 5x$.

Exercice 3.

★★☆

Développer et réduire :
1. $5(x - 2) + 3(4 - x)$;
2. $-2(x + 3) - 4(x - 1)$;
3. $(x + 3)(x + 5)$;
4. $(2x - 1)(x + 4)$;
5. $(3x - 2)(3x + 2)$.

Exercice 4.

★★☆

Factoriser :
1. $6x + 9$;
2. $12x - 18$;
3. $x^2 + 7x$;
4. $4x^2 - 8x$;
5. $3a^2 + 6ab$.

Exercice 5.

★★★

Factoriser en repérant le facteur commun (éventuellement une parenthèse) :
1. $2x(x-1)+5(x-1)$;
2. $(x+3)^2-4(x+3)$;
3. $7(2x-1)+(2x-1)(x+4)$.

Exercice 6.

★★★

Un jardin rectangulaire mesure $(x+4)$ m de long et $(x+2)$ m de large.
1. Exprimer son périmètre et son aire en fonction de x.
2. Calculer pour $x=5$.

Vérifie-toi – 1

1. $5x+3x=8x$.
2. $2x+3x^2=5x^3$.
3. Pour factoriser $6x+15$, le facteur commun est 3.
4. $(x+2)(x-3)=x^2-1$.

Réponses
1. vrai.
2. faux : les termes ne sont pas semblables, on ne peut pas les additionner.
3. vrai : $6x+15=3(2x+5)$.
4. faux : $(x+2)(x-3)=x^2-x-6$.

Corrigés

Solution 1

1. $2\times(-2)+3=-1$;
2. $4-9=-5$;
3. $(1)^2=1$;
4. $(-2)(3)-(-2)+3=-6+2+3=-1$.

Solution 2

1. $9x+2$;
2. $-x^2+5x$;
3. $5a-b$;
4. $-8x+10$.

Solution 3

1. $5x-10+12-3x=2x+2$;
2. $-2x-6-4x+4=-6x-2$;
3. $x^2+8x+15$;
4. $2x^2+8x-x-4=2x^2+7x-4$;
5. $9x^2+6x-6x-4=9x^2-4$.

Solution 4

1. $3(2x+3)$;

2. $6(2x-3)$;
3. $x(x+7)$;
4. $4x(x-2)$;
5. $3a(a+2b)$.

Solution 5

1. $(x-1)(2x+5)$;
2. $(x+3)(x+3-4)=(x+3)(x-1)$;
3. $(2x-1)(7+x+4)=(2x-1)(x+11)$.

Solution 6

1. Périmètre : $2((x+4)+(x+2))=2(2x+6)=4x+12$. Aire : $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$.
2. Pour $x=5$: périmètre 32 m, aire $9\times 7=63$ m².

Vers le Tronc Commun →

Développer, réduire et factoriser sont les **trois gestes de base** du chapitre « Calcul algébrique » du Tronc Commun. Tout le chapitre 5 (identités remarquables) s'appuie dessus. Tout le chapitre 6 (équations) s'y ramène.

5

CHAPITRE

Identités remarquables

Objectifs

- reconnaître et appliquer les trois identités remarquables
- développer rapidement $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$
- factoriser à l'aide d'une identité remarquable

Prérequis

- savoir développer avec la double distributivité (chapitre 4)
- la règle des signes (chapitre 3)

Les trois formules-clés

Théorème – Identités remarquables

Pour tous réels a et b :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

Démonstration. Les deux premières s'obtiennent en développant $(a+b)(a+b)$ et $(a-b)(a-b)$:

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Pour la troisième :

$$(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2.$$

∎

À retenir

Retiens ces trois formules **par cœur et dans les deux sens** : utilisées de gauche à droite pour développer, de droite à gauche pour factoriser. Ce sont les formules les plus rentables de tout ton parcours en maths.

Utilisation en développement

Énoncé

Développer $(x+4)^2$.

Résolution

Ici $a = x$, $b = 4$. Donc

$(x+4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$.

Énoncé

Développer $(3x-5)^2$.

Résolution

$a = 3x$, $b = 5$.

$(3x-5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$.

Énoncé

Développer $(2x-7)(2x+7)$.

Résolution

$a = 2x$, $b = 7$.

$(2x-7)(2x+7) = (2x)^2 - 7^2 = 4x^2 - 49$.

Attention – piège fréquent

Le piège le plus fréquent : écrire $(a+b)^2 = a^2 + b^2$. C'est **faux**. Il manque le terme $2ab$. Essaie avec $a = 3$ et $b = 4$: $(3+4)^2 = 49$ alors que $3^2 + 4^2 = 25$. L'écart, c'est $2 \times 3 \times 4 = 24$.

Utilisation en factorisation

Quand tu vois un carré, le double produit et un autre carré, tu peux souvent factoriser avec la formule $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$. Quand tu vois une différence de deux carrés, tu utilises $a^2 - b^2$.

Énoncé

Factoriser $x^2 + 6x + 9$.

Résolution

On cherche a tel que $a^2 = x^2$ et b tel que $b^2 = 9$: $a = x$, $b = 3$. On vérifie le double produit : $2ab = 2 \times x \times 3 = 6x$. Parfait.

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2.$$

Énoncé

Factoriser $4x^2 - 20x + 25$.

Résolution

$a = 2x$ (car $(2x)^2 = 4x^2$), $b = 5$ (car $5^2 = 25$). Double produit : $2 \times 2x \times 5 = 20x$. Le signe est moins : c'est $(a-b)^2$.

$$4x^2 - 20x + 25 = (2x-5)^2.$$

Énoncé

Factoriser $x^2 - 49$.

Résolution

$a = x$, $b = 7$.

$x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$.

Énoncé

Factoriser $9x^2 - 16$.

Résolution

$a = 3x$, $b = 4$.

$$9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4).$$

Combiner facteur commun et identité

On **commence toujours** par factoriser par le facteur commun avant d'essayer une identité remarquable.

Énoncé

Factoriser $3x^2 - 27$.

Résolution

Facteur commun 3 :

$$3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9).$$

Puis identité $a^2 - b^2$ avec $a = x, b = 3$:

$$= 3(x - 3)(x + 3).$$

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Développer et réduire :
1. $(x + 5)^2$;
2. $(x - 2)^2$;
3. $(x + 6)(x - 6)$;
4. $(2x + 1)^2$.

Exercice 2.

★★☆

Développer et réduire :
1. $(3x - 4)^2$;
2. $(5x + 2)(5x - 2)$;
3. $(7 - x)^2$;
4. $(2x + 3)(3 - 2x)$.

Exercice 3.

★★☆

Factoriser :
1. $x^2 + 10x + 25$;
2. $x^2 - 14x + 49$;
3. $x^2 - 64$;
4. $25 - x^2$.

Exercice 4.

★★★

Factoriser :
1. $4x^2 + 12x + 9$;
2. $9x^2 - 30x + 25$;
3. $16x^2 - 81$;
4. $100 - 49x^2$.

Exercice 5.

★★★

Factoriser complètement (commencer par le facteur commun) :
1. $5x^2 - 20$;

2. $2x^3 - 18x$;
3. $3x^2 + 12x + 12$.

Exercice 6. ★★★

Calculer mentalement 101^2 et 99^2 en utilisant les identités remarquables. (Indication : $101 = 100 + 1$ et $99 = 100 - 1$.)

Exercice 7. ★★★

Calculer 103×97 sans poser la multiplication.

Vérifie-toi – 1

1. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$.
2. $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$.
3. Pour factoriser $x^2 + 12x + 36$, on utilise $(a+b)^2$.
4. $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$.

Réponses

1. faux : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
2. vrai.
3. vrai : $x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$.
4. vrai.

Corrigés

Solution 1

1. $x^2 + 10x + 25$;
2. $x^2 - 4x + 4$;
3. $x^2 - 36$;
4. $4x^2 + 4x + 1$.

Solution 2

1. $9x^2 - 24x + 16$;
2. $25x^2 - 4$;
3. $49 - 14x + x^2$;
4. $(2x+3)(3-2x) = -(2x+3)(2x-3) = -(4x^2 - 9) = 9 - 4x^2$.

Solution 3

1. $(x+5)^2$;
2. $(x-7)^2$;
3. $(x-8)(x+8)$;
4. $(5-x)(5+x)$.

Solution 4

1. $(2x+3)^2$;

2. $(3x-5)^2$;
3. $(4x-9)(4x+9)$;
4. $(10-7x)(10+7x)$.

Solution 5

1. $5x^2-20=5(x^2-4)=5(x-2)(x+2)$.
2. $2x^3-18x=2x(x^2-9)=2x(x-3)(x+3)$.
3. $3x^2+12x+12=3(x^2+4x+4)=3(x+2)^2$.

Solution 6

$101^2=(100+1)^2=100^2+2\times 100+1=10000+200+1=10201$. $99^2=(100-1)^2=10000-200+1=9801$.

Solution 7

$103\times 97=(100+3)(100-3)=100^2-3^2=10000-9=9991$.

Vers le Tronc Commun →

Au TC, tu feras des études de polynômes, tu résoudras des équations du second degré par factorisation, tu simplifieras des quotients. Chaque ligne passera par une identité remarquable reconnue à l'œil – comme on reconnaît un mot courant sans l'épeler.

6

CHAPITRE

Équations et inéquations du 1er degré

Objectifs

- résoudre une équation ou une inéquation du 1er degré à une inconnue
- résoudre un système de deux équations à deux inconnues
- utiliser la factorisation pour résoudre $A \times B = 0$

Prérequis

- la règle des signes (chapitre 3)
- développer, réduire, factoriser (chapitres 4 et 5)

Équation – le principe

Une **équation** est une égalité contenant une inconnue. **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent l'égalité vraie.

Définition – Règle des deux membres

Une égalité reste vraie si l'on effectue la **même opération** sur les deux membres, à condition qu'elle ne fausse pas l'égalité :

- ajouter ou soustraire le même nombre ;
- multiplier ou diviser par un même nombre **non nul**.

Énoncé

Résoudre $3x - 7 = 5$.

Résolution

On ajoute 7 aux deux membres : $3x = 12$.

On divise par 3 : $x = 4$.

Vérification : $3 \times 4 - 7 = 12 - 7 = 5$. ✓

Énoncé

Résolution

Résoudre $5x - 3 = 2x + 9$.

On regroupe les x à gauche et les constantes à droite :

$$5x - 2x = 9 + 3 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4.$$

Astuce

Quand tu fais passer un terme d'un côté à l'autre du signe =, tu changes son signe. $3x - 7 = 5 \Leftrightarrow 3x = 5 + 7$.

Avec des parenthèses ou des fractions

On développe d'abord, on regroupe ensuite.

Énoncé

Résoudre $2(x - 3) = 5(x + 1) - 4$.

Résolution

$2x - 6 = 5x + 5 - 4$

$2x - 6 = 5x + 1$

$-7 = 3x \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$.

Énoncé

Résoudre $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2} + 2$.

Résolution

On multiplie tout par 6 (dénominateur commun) : $2x - 6 = 3x + 12$, donc $x = -18$.

Équations-produits

Pour résoudre $A \times B = 0$, on utilise :

Propriété – Équation-produit

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \quad \text{ou} \quad B = 0.$$

Énoncé

Résoudre $(x - 3)(x + 5) = 0$.

Résolution

$x - 3 = 0$ ou $x + 5 = 0$, donc $x = 3$ ou $x = -5$.

Solutions : $S = \{-5, 3\}$.

Énoncé

Résoudre $x^2 - 16 = 0$.

Résolution

On factorise avec l'identité remarquable : $(x - 4)(x + 4) = 0$, donc $x = 4$ ou $x = -4$.

Inéquations du 1er degré

On résout comme une équation, avec une différence essentielle :

Attention – piège fréquent

Multiplier ou diviser les deux membres par un nombre négatif change le sens de l'inégalité. Exemple : $-2x < 6$ devient $x > -3$ après division par -2.

Énoncé

Résolution

Résoudre $3x - 5 \geq x + 7$.

$3x - x \geq 7 + 5 \Leftrightarrow 2x \geq 12 \Leftrightarrow x \geq 6$.

Solutions : l'intervalle $[6; +\infty[$.

Énoncé

Résoudre $-2(x+1) < 4x - 8$.

Résolution

$-2x - 2 < 4x - 8$

$-6x < -6$

$x > 1$ (on a divisé par -6 : le sens s'inverse).

Systèmes de deux équations

Définition – Système $2 times 2$

Résoudre

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

c'est trouver tous les couples (x, y) qui satisfont les deux équations à la fois.

Deux méthodes principales : **substitution** (isoler une inconnue dans une équation et la remplacer dans l'autre) et **combinaison** (additionner ou soustraire les équations pour éliminer une inconnue).

Énoncé

Résoudre par substitution :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases}.$$

Résolution

De la 1re équation : $y = 8 - x$.

On remplace dans la 2nde : $2x - (8 - x) = 4$, donc $3x = 12$, soit $x = 4$. Alors $y = 4$.

Solution : $(4; 4)$.

Énoncé

Résoudre par combinaison :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}.$$

Résolution

On additionne membre à membre : $8x = 16$, donc $x = 2$.

On injecte dans la 1re : $6 + 2y = 12$, donc $y = 3$.

Solution : $(2; 3)$.

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Résoudre :
1. $5x + 3 = 18$;
2. $2x - 7 = 3x + 5$;
3. $-3x + 4 = 10$;
4. $4 - x = 2x + 1$.

Exercice 2.

★★☆

Résoudre :
1. $3(x - 2) = 2x + 1$;
2. $5(x + 1) - 2(x - 3) = 7$;

3. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$;
4. $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+4}{2}$.

Exercice 3.

★★☆

Résoudre les équations-produits :
1. $(x-4)(x+2) = 0$;
2. $(2x-5)(x+3) = 0$;
3. $x^2 - 25 = 0$;
4. $4x^2 - 9 = 0$.

Exercice 4.

★★☆

Résoudre :
1. $2x + 5 < 11$;
2. $3x - 7 \geq 2x + 1$;
3. $-4x + 6 > 0$;
4. $5 - 2x \leq x + 14$.

Exercice 5.

★★★

Résoudre les systèmes :
1. $\begin{cases} x+y=10 \\ x-y=4 \end{cases}$;
2. $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ x-y=1 \end{cases}$;
3. $\begin{cases} 3x+4y=26 \\ 5x-2y=0 \end{cases}$.

Exercice 6.

★★★

Un cahier coûte x DH, un stylo y DH. Trois cahiers et deux stylos coûtent 23 DH ; deux cahiers et quatre stylos coûtent 22 DH. Trouver les prix.

Exercice 7.

★★★

Résoudre $x^2 + 6x + 9 = 0$ en factorisant.

Vérifie-toi – 1

1. Pour résoudre $-2x = 10$, on divise par -2 et on garde le sens : $x = -5$.
2. $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ seulement.
3. $(x-1)(x+2) = 0$ donne $x = 1$ ou $x = -2$.

Réponses

1. vrai pour une **équation**. Attention : pour une **inéquation**, le sens s'inverse.
2. faux : $x = 3$ ou $x = -3$.
3. vrai.

Corrigés

Solution 1

1. $x = 3$;
2. $2x - 3x = 5 + 7 \Leftrightarrow x = -12$;

3. $x = -2$;
4. $-3x = -3 \Leftrightarrow x = 1$.

Solution 2

1. $3x - 6 = 2x + 1 \Leftrightarrow x = 7$.
2. $5x + 5 - 2x + 6 = 7 \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$.
3. $\times 6 : 3x + 2x = 30$, $x = 6$.
4. $\times 6 : 2(2x - 1) = 3(x + 4) \Leftrightarrow 4x - 2 = 3x + 12 \Leftrightarrow x = 14$.

Solution 3

1. $x = 4$ ou $x = -2$;
2. $x = \frac{5}{2}$ ou $x = -3$;
3. $x^2 = 25$ soit $x = 5$ ou $x = -5$;
4. $4x^2 = 9$, $x^2 = \frac{9}{4}$, $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2}$.

Solution 4

1. $x < 3$;
2. $x \geq 8$;
3. $-4x > -6 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$;
4. $-3x \leq 9 \Leftrightarrow x \geq -3$.

Solution 5

1. En ajoutant : $2x = 14$, $x = 7$, $y = 3$. Solution $(7; 3)$.
2. $y = x - 1$ dans 1^{re} : $2x + 3(x - 1) = 13$, $5x = 16$, $x = \frac{16}{5}$, $y = \frac{11}{5}$. Solution $\left(\frac{16}{5}; \frac{11}{5}\right)$.
3. Multiplier 2^{nde} par 2 : $10x - 4y = 0$. Additionner : $13x + 0 = 26$... non, reprendre : $1^{re} \times 1$ + $2^{nde} \times 2 : 3x + 4y + 10x - 4y = 26 + 0$, soit $13x = 26$, $x = 2$. Puis $3 \times 2 + 4y = 26$, $y = 5$.

Solution 6

$\begin{cases} 3x+2y=23 \\ 2x+4y=22 \end{cases}$. Divisons la 2^{nde} par 2 : $x + 2y = 11$. De la 1^{re} : $3x + 2y = 23$. Soustraction : $2x = 12$, $x = 6$, puis $y = \frac{5}{2}$. Un cahier 6 DH, un stylo 2{, }50 DH.

Solution 7

$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$. Solution unique.

Vers le Tronc Commun →

Les équations, les inéquations et les systèmes linéaires reviennent à chaque chapitre du TC : trigonométrie, polynômes, droite dans le plan, inégalités dans $\mathbb{R}$. La règle « diviser par négatif inverse le sens » sera redite cent fois.

7

CHAPITRE

Puissances et notation scientifique

Objectifs

- utiliser les règles sur les puissances (produit, quotient, puissance d'une puissance)
- interpréter les puissances à exposant négatif
- écrire un nombre en notation scientifique et estimer un ordre de grandeur

Prérequis

- connaître les tables de multiplication
- savoir manipuler une fraction (chapitre 2)

Définition

Définition – Puissance d'un nombre

Pour $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

Par convention : $a^1 = a$ et, pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Définition – Exposant négatif

Pour $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Exemples : $2^3 = 8$, $5^0 = 1$, $3^{-2} = \frac{1}{9}$, $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0\{,\}001$.

Les cinq règles

Propriété – Règles de calcul

Pour tous a, b non nuls et tous entiers relatifs m, n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n},$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$(a^m)^n = a^{mn},$$

$$(ab)^n = a^n b^n,$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Attention – piège fréquent

$\boldsymbol{a^m + a^n}$ **ne se simplifie pas !** La règle du produit ne s'applique qu'à une **multiplication**, pas à une addition. $2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24$, qui n'est pas $2^7 = 128$.

Énoncé

Simplifier $\frac{3^4 \times 3^5}{3^7}$.

Résolution

$$\frac{3^4 \times 3^5}{3^7} = 3^{4+5-7} = 3^2 = 9.$$

Énoncé

Simplifier $\left(2^3\right)^4 \times 2^{-5}$.

Résolution

$\left(2^3\right)^4 = 2^{12}$. Puis $2^{12} \times 2^{-5} = 2^{12-5} = 2^7 = 128$.

Puissances de 10

Les puissances de 10 sont particulièrement utiles : $10^0 = 1$, $10^1 = 10$, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$, et ainsi de suite. Pour les négatifs : $10^{-1} = 0\{,\}1$, $10^{-2} = 0\{,\}01$, etc.

Astuce

Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs **vers la droite**. Multiplier par 10^{-n} la décale de n rangs vers la gauche.

Notation scientifique

Définition – Notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre $x \neq 0$ est

$$x = a \times 10^n,$$

où $1 \leq |a| < 10$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Exemples :

- $4500 = 4\{,\}5 \times 10^3$.
- $0\{,\}00072 = 7\{,\}2 \times 10^{-4}$.

- $-12300 = -1{,}23 \times 10^4$.

Cette notation est utilisée en physique pour les très grands nombres (distance Terre–Soleil, $1{,}5 \times 10^{11}$ m) ou très petits (diamètre d'un atome, 10^{-10} m environ).

Énoncé

Écrire $0{,}000325$ en notation scientifique.

Résolution

Il faut déplacer la virgule de 4 rangs vers la droite pour obtenir $3{,}25$. Donc

$$0{,}000325 = 3{,}25 \times 10^{-4}.$$

Ordre de grandeur

L'**ordre de grandeur** d'un nombre est la puissance de 10 la plus proche. Il permet d'estimer rapidement.

Énoncé

Ordre de grandeur de $4{,}2 \times 10^7$?

Résolution

$4{,}2$ est plus proche de 1 que de 10, donc l'ordre de grandeur est 10^7 (dix millions).

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Calculer :
1. 2^5 ;
2. 10^4 ;
3. $(-3)^3$;
4. $(-3)^4$;
5. 5^0 ;
6. 4^{-2}.

Exercice 2.

★☆☆

Simplifier sous forme d'une seule puissance :
1. $3^2 \times 3^7$;
2. $\frac{5^9}{5^4}$;
3. $\left(7^3\right)^5$;
4. $(2 \times 5)^3$.

Exercice 3.

★★☆

Calculer :
1. $\frac{2^4 \times 2^{-1}}{2^2}$;
2. $\left(3^{-2}\right)^{-3}$;
3. $10^5 \times 10^{-3}$;
4. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$.

Exercice 4.

★★☆

Écrire en notation scientifique :
1. 52000 ;
2. 7340000 ;
3. $0{,}004$;
4. $0{,}00000085$;

5. -1250.

Exercice 5.

★★☆

Calculer en notation scientifique :
1. $(3 \times 10^5) \times (2 \times 10^3)$;
2. $\frac{8\times10^{-4}}{2\times10^{-1}}$;
3. $(5 \times 10^2)^3$.

Exercice 6.

★★★

La masse de la Terre est d'environ $5{,}97 \times 10^{24}$ kg, celle de la Lune $7{,}35 \times 10^{22}$ kg. Combien de fois la Terre est-elle plus massive que la Lune ?

Exercice 7.

★★★

Un atome de carbone a une masse d'environ 2×10^{-26} kg. Combien d'atomes de carbone y a-t-il dans 12 g ?

Vérifie-toi – 1

1. $a^0 = 0$.
2. $2^3 \times 2^4 = 2^{12}$.
3. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$.
4. $0{,}0073 = 7{,}3 \times 10^{-3}$.

Réponses
1. faux : $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$.
2. faux : $2^3 \times 2^4 = 2^7$.
3. faux — identité remarquable du chapitre 5 : il manque $2ab$.
4. vrai.

Corrigés

Solution 1

1. 32 ;
2. 10000 ;
3. -27 ;
4. 81 ;
5. 1 ;
6. $\frac{1}{16}$.

Solution 2

1. 3^9 ;
2. 5^5 ;
3. 7^{15} ;
4. $2^3 \times 5^3 = 10^3 = 1000$.

Solution 3

1. $2^{\{4-1-2\}} = 2^1 = 2$;
2. $3^6 = 729$;
3. $10^2 = 100$;
4. $\frac{64}{125}$.

Solution 4

1. $5\{,\}2 \times 10^4$;
2. $7\{,\}34 \times 10^6$;
3. 4×10^{-3} ;
4. $8\{,\}5 \times 10^{-7}$;
5. $-1\{,\}25 \times 10^3$.

Solution 5

1. 6×10^8 ;
2. 4×10^{-3} ;
3. $125 \times 10^6 = 1\{,\}25 \times 10^8$.

Solution 6

$\frac{5\{,\}97 \times 10^{\{24\}}}{7\{,\}35 \times 10^{\{22\}}} \approx 0\{,\}812 \times 10^2 = 81\{,\}2$. La Terre est environ 81 fois plus massive que la Lune.

Solution 7

Nombre d'atomes $\approx \frac{12 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-26}} = 6 \times 10^{\{23\}}$. (C'est le nombre d'Avogadro.)

Vers le Tronc Commun →

Les puissances reviennent en force au lycée : suites géométriques (multiplications répétées), écriture scientifique en physique, logarithme (exposant inconnu). Les règles acquises ici sont **définitives**.

8

CHAPITRE

Racines carrées

Objectifs

- comprendre la définition de $\sqrt{a}$ et l'utiliser sans calculatrice
- simplifier des expressions avec des racines (produits, quotients)
- rationaliser un dénominateur, résoudre $x^2 = a$

Prérequis

- les puissances (chapitre 7)
- les identités remarquables (chapitre 5)

Définition et premiers exemples

Définition – Racine carrée

Pour $a \geq 0$, la **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$, est l'unique nombre **positif ou nul** dont le carré vaut a :

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad \text{et} \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$$

Exemples : $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{100} = 10$.

Attention – piège fréquent

$\sqrt{a}$ n'existe **que pour $a \geq 0$**. $\sqrt{-4}$ n'est pas un réel.

Par ailleurs $\sqrt{a^2} = |a|$ (la valeur absolue), **pas** a. Exemple : $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$, pas -3.

Les deux règles-clés

Propriété – Produit et quotient

Pour tous $a, b \geq 0$ (et $b > 0$ dans le quotient) :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}, \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Attention – piège fréquent

Il n'y a PAS de règle similaire pour la somme. $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ en général. Contre-exemple : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.

Énoncé

Simplifier $\sqrt{50}$.

Résolution

On cherche un carré parfait qui divise 50. $50 = 25 \times 2$, et 25 est un carré.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

Énoncé

Simplifier $\sqrt{72} - \sqrt{18} + \sqrt{2}$.

Résolution

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$. $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$. Donc

$$\sqrt{72} - \sqrt{18} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

Rationaliser un dénominateur

Rationaliser, c'est éliminer les racines du dénominateur d'une fraction. On multiplie haut et bas par une quantité bien choisie.

Énoncé

Rationaliser $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Résolution

On multiplie par $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$:

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Énoncé

Rationaliser $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Résolution

On multiplie par $\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ (la **quantité conjuguée**), pour faire apparaître $a^2 - b^2$:

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2 - \sqrt{3}.$$

Résoudre $x^2 = a$

Propriété – Équations de la forme $x^2 = a$

- Si $a > 0$: deux solutions, $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$: une solution, $x = 0$.
- Si $a < 0$: aucune solution réelle.

Énoncé

Résoudre $x^2 = 50$.

Résolution

$x = \sqrt{50}$ ou $x = -\sqrt{50}$, c'est-à-dire

$$x = 5\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -5\sqrt{2}.$$

Énoncé

Résolution

Résoudre $(x-2)^2 = 9$.

$x-2=3$ ou $x-2=-3$, soit $x=5$ ou $x=-1$.

Exercices

Exercice 1. ★☆☆

Calculer sans calculatrice :
1. $\sqrt{36}$;
2. $\sqrt{81}$;
3. $\sqrt{1}$;
4. $\sqrt{144}$;
5. $\sqrt{0\{,\}25}$;
6. $\sqrt{\frac{49}{16}}$.

Exercice 2. ★★☆

Simplifier :
1. $\sqrt{8}$;
2. $\sqrt{75}$;
3. $\sqrt{200}$;
4. $\sqrt{48}$;
5. $\sqrt{98}$.

Exercice 3. ★★☆

Calculer et simplifier :
1. $\sqrt{12}+\sqrt{27}$;
2. $\sqrt{50}-\sqrt{18}$;
3. $3\sqrt{5}-\sqrt{45}+\sqrt{20}$;
4. $\sqrt{2}\times\sqrt{8}$.

Exercice 4. ★★★

Rationaliser :
1. $\frac{5}{\sqrt{3}}$;
2. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$;
3. $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$;
4. $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$.

Exercice 5. ★★☆

Résoudre :
1. $x^2 = 49$;
2. $x^2 = 12$;
3. $x^2 = 0$;
4. $x^2 = -3$;
5. $(x+1)^2 = 25$.

Exercice 6. ★★★

Un carré a pour aire 45 cm². Quelle est la longueur exacte de son côté ?

Exercice 7.

★★★

Développer et réduire :

1. $\left(\sqrt{3}+2\right)^2$;
2. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$;
3. $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)$.

Vérifie-toi – 1

1. $\sqrt{25}=5$ et $\sqrt{25}=-5$.
2. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$.
3. $\sqrt{a^2}=a$ pour tout a.
4. Pour rationaliser $\frac{1}{\sqrt{2}}$, on multiplie par $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

Réponses

1. faux : $\sqrt{25}=5$ seulement (la racine est positive par définition).
2. faux en général : contre-exemple $\sqrt{9+16}=5$ mais $3+4=7$.
3. faux : $\sqrt{a^2}=|a|$.
4. vrai.

Corrigés

Solution 1

1. 6 ;
2. 9 ;
3. 1 ;
4. 12 ;
5. $0\{,\}5$;
6. $\frac{7}{4}$.

Solution 2

1. $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$;
2. $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$;
3. $\sqrt{200}=10\sqrt{2}$;
4. $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$;
5. $\sqrt{98}=7\sqrt{2}$.

Solution 3

1. $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$;
2. $5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$;
3. $3\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=2\sqrt{5}$;
4. $\sqrt{16}=4$.

Solution 4

1. $\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$;
2. $\frac{\sqrt{2}\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{14}}{7}$;
3. $\frac{1}{3-\sqrt{2}}\times\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\frac{3+\sqrt{2}}{9-2}=\frac{3+\sqrt{2}}{7}$;

4. $\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2} = \frac{5+2\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Solution 5

1. $x = 7$ ou $x = -7$;
2. $x = 2\sqrt{3}$ ou $x = -2\sqrt{3}$;
3. $x = 0$;
4. aucune solution ;
5. $x + 1 = 5$ ou $x + 1 = -5$, soit $x = 4$ ou $x = -6$.

Solution 6

Côté $= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm.

Solution 7

1. $\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 4 = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 7 + 4\sqrt{3}$;
2. $\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 5 - 2 = 3$;
3. $2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1 - \sqrt{3}$.

Vers le Tronc Commun →

Les racines carrées s'utilisent pour les distances (Pythagore en repère, chapitre géométrique du TC) et en trigonométrie (valeurs exactes : $\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$). Ne jamais rendre un résultat en $\sqrt{50}$ si tu peux l'écrire $5\sqrt{2}$.

9

CHAPITRE

Proportionnalité, pourcentages, échelles

Objectifs

- reconnaître une situation de proportionnalité et utiliser le produit en croix
- calculer un pourcentage, une évolution, un taux global
- lire et utiliser une échelle (plan, carte)

Prérequis

- savoir manipuler fractions et décimaux (chapitres 1 et 2)
- résoudre une équation du 1^er^ degré (chapitre 6)

Qu'est-ce que la proportionnalité ?

Définition – Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs X et Y sont **proportionnelles** lorsqu'on passe de l'une à l'autre en multipliant par un **nombre fixe** k, appelé **coefficient de proportionnalité** :

$$Y = k \times X.$$

Exemples :
- Le prix d'un produit au kilo : le prix total = prix au kg × masse.
- Le périmètre d'un cercle : $P = 2\pi \times r$.

À l'inverse, la relation aire = côté^2 n'est pas proportionnelle.

Le produit en croix

Propriété – Produit en croix

Dans un tableau de proportionnalité,

$$\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{c}{d}\right) \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

(avec $b, d \neq 0$).

C'est l'outil universel pour trouver une quatrième valeur.

Énoncé

5 cahiers coûtent 37{,}5 DH. Combien coûtent 12 cahiers ?

Résolution

Soit P le prix de 12 cahiers. Produit en croix :

$$P = \frac{37\{,\}5 \times 12}{5} = \frac{450}{5} = 90 \text{ DH}.$$

Les pourcentages

Un **pourcentage** est une fraction dont le dénominateur est 100.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0\{,\}25; \quad 7\% = 0\{,\}07; \quad 150\% = 1\{,\}5.$$

Propriété – Prendre $t %$ d'une quantité

$$t\% \text{ de } X = X \times \frac{t}{100}.$$

Énoncé

Calculer 15% de 240.

Résolution

$240 \times \frac{15}{100} = 240 \times 0\{,\}15 = 36.$

Évolutions en pourcentage

Propriété – Augmenter ou diminuer de $t %$

- Augmenter X de $t\%$: $X_{\{\text{final}\}} = X \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$.
- Diminuer X de $t\%$: $X_{\{\text{final}\}} = X \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

Les nombres $1 + \frac{t}{100}$ et $1 - \frac{t}{100}$ s'appellent les **coefficients multiplicateurs**.

Énoncé

Un article coûtait 80 DH. Son prix augmente de 12%. Quel est le nouveau prix ?

Résolution

Coefficient $= 1 + \frac{12}{100} = 1\{,\}12$. Nouveau prix : $80 \times 1\{,\}12 = 89\{,\}6$ DH.

Énoncé

Le prix d'un bien passe de 50 DH à 65 DH. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Résolution

Variation absolue : $65 - 50 = 15$. Taux : $\frac{15}{50} = 0\{,\}3 = 30\%$.

Attention – piège fréquent

Augmenter de 20% puis diminuer de 20% ne ramène **pas** au prix initial. Les coefficients multiplicateurs sont 1{,}2 et 0{,}8, dont le produit est 0{,}96 : on a perdu 4% au total.

Évolutions successives et taux global

Propriété – Composition des évolutions

Le coefficient multiplicateur global d'évolutions successives est le **produit** des coefficients individuels.

Énoncé

Un placement augmente de 5% la 1^re^ année et de 4% la 2^nde^. Quelle est l'augmentation totale ?

Résolution

Coefficient total : $1\{,\}05 \times 1\{,\}04 = 1\{,\}092$. Évolution globale : $+9\{,\}2\%$.

Échelles

L'**échelle** d'un plan ou d'une carte est le rapport entre la distance sur le dessin et la distance réelle :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}.$$

Une échelle $\frac{1}{2000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 2000 cm $=$ 20 m dans la réalité.

Énoncé

Un plan est à l'échelle $\frac{1}{500}$. Deux bâtiments sont distants de $4\{,\}5$ cm sur le plan. Distance réelle ?

Résolution

Distance réelle $= 4\{,\}5 \times 500 = 2250$ cm $= 22\{,\}5$ m.

Exercices

Exercice 1. ★☆☆

3 kg de pommes coûtent 18 DH. Quel est le prix de 7 kg ?

Exercice 2. ★☆☆

Calculer :
1. 20% de 150 ;
2. 35% de 80 ;
3. 8% de 250 ;
4. 125% de 60.

Exercice 3. ★★☆

Un objet coûte 240 DH. Son prix augmente de 15%.
1. Quel est le nouveau prix ?
2. Le prix diminue ensuite de 10%. Quel est le prix final ?

Exercice 4. ★★☆

Le nombre d'habitants d'une ville est passé de 8500 à 9520 en un an. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Exercice 5. ★★☆

Une taxe de 20% est appliquée sur un produit hors taxes à 180 DH. Quel est le prix TTC ?

Exercice 6. ★★★

Après une réduction de 25%, un article coûte 60 DH. Quel était son prix initial ?

Exercice 7. ★★★

Deux augmentations successives : $+10\%$ puis $+5\%$. Quel est le pourcentage d'augmentation total ?

Exercice 8. ★★☆

Un plan est à l'échelle $\frac{1}{250}$.
1. Quelle est la distance réelle correspondant à 8 cm sur le plan ?
2. Une route réelle de 75 m, quelle longueur sur le plan ?

Exercice 9. ★★★

Une voiture parcourt 120 km en 1 h 30 min. À ce rythme, combien de kilomètres en 4 h ?

Vérifie-toi – 1

1. Augmenter de 20% puis diminuer de 20% redonne la valeur initiale.
2. Pour prendre $t\%$ d'un nombre, on multiplie par $\frac{t}{100}$.
3. Une échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que 1 cm réel vaut 1000 cm sur le plan.

Réponses
1. faux : le produit des coefficients $1\{,\}2 \times 0\{,\}8 = 0\{,\}96$ donne -4%.
2. vrai.
3. faux : 1 cm sur le plan vaut 1000 cm en réalité.

Corrigés

Solution 1

$3\ \text{kg} \to 18\ \text{DH}$, donc $1\ \text{kg} = 6$ DH, et 7 kg $= 42$ DH.

Solution 2

1. 30 ;
2. 28 ;
3. 20 ;
4. 75.

Solution 3

1. $240 \times 1\{,\}15 = 276$ DH.
2. $276 \times 0\{,\}9 = 248\{,\}4$ DH.

Solution 4

Taux $= \frac{9520-8500}{8}500 = 1\frac{020}{8}500 = 0\{,\}12 = 12\%$.

Solution 5

$180 \times 1\{,\}20 = 216$ DH.

Solution 6

Si P est le prix initial, $0\{,\}75P = 60$, donc $P = 80$ DH.

Solution 7

Coefficient global : $1\{,\}10 \times 1\{,\}05 = 1\{,\}155$, soit $+15\{,\}5\%$.

Solution 8

1. $8 \times 250 = 2000$ cm $= 20$ m.
2. $7500 \div 250 = 30$ cm sur le plan.

Solution 9

Vitesse : $\frac{120}{1}\{,\}5 = 80$ km/h. En 4 h : $80 \times 4 = 320$ km.

Vers le Tronc Commun →

La proportionnalité et les pourcentages sous-tendent la statistique du TC, les calculs de probabilité, et toute la physique. Les coefficients multiplicateurs $(1 + \frac{t}{100})$ préparent déjà la notion de suite géométrique.

10

CHAPITRE

Triangle : Thalès et Pythagore

Objectifs

- appliquer le théorème de Pythagore et sa réciproque
- appliquer le théorème de Thalès et sa réciproque
- choisir le bon théorème face à une figure

Prérequis

- connaître le vocabulaire du triangle et du parallélogramme
- savoir résoudre une équation du 1[er] degré (chapitre 6)
- manipuler les racines carrées (chapitre 8)

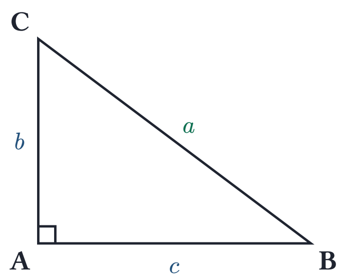
Pythagore – dans un triangle rectangle

Théorème – Théorème de Pythagore

Si ABC est un triangle **rectangle en A**, alors

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

(BC est l'hypoténuse — le côté opposé à l'angle droit.)



Énoncé

ABC est rectangle en A, avec $AB = 6$ et $AC = 8$. Calculer BC.

Résolution

$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = 10$.

Énoncé

ABC rectangle en A, $BC = 13$ et $AB = 5$. Calculer AC.

Résolution

$13^2 = 5^2 + AC^2$, donc $AC^2 = 169 - 25 = 144$, soit $AC = 12$.

Réciproque – pour prouver qu'un triangle est rectangle

Théorème – Réciproque de Pythagore

Dans un triangle ABC, si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.

Énoncé

$AB = 9$, $AC = 12$, $BC = 15$. Le triangle est-il rectangle ?

Résolution

$BC^2 = 225$ et $AB^2 + AC^2 = 81 + 144 = 225$. Égalité : donc rectangle en A.

Attention – piège fréquent

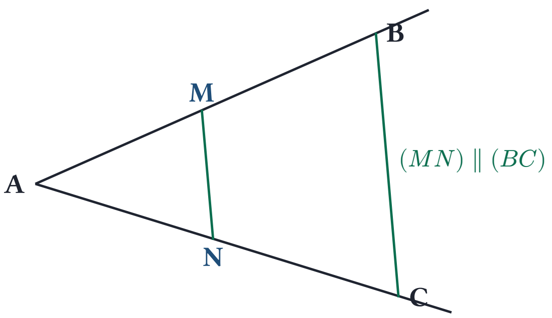
La réciproque doit tester $\boldsymbol{BC^2}$ contre $\boldsymbol{AB^2 + AC^2}$ où BC est le **plus long côté**. Sinon le résultat est incorrect.

Thalès – avec des droites parallèles

Théorème – Théorème de Thalès

Soient deux droites sécantes en A. Un point M est sur la première droite, un point N sur la seconde. Si (MN) est **parallèle** à (BC) (avec B sur la 1$^{\text{re}}$ et C sur la 2$^{\text{nde}}$), alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$



Les trois rapports sont égaux. On utilise deux d'entre eux à la fois.

Énoncé

Dans une configuration de Thalès, $AB = 12$, $AM = 4$, $AC = 15$. Calculer AN.

Résolution

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ donne $\frac{4}{12} = \frac{AN}{15}$, donc

$$AN = 15 \times \frac{4}{12} = 5.$$

Réciproque – pour prouver un parallélisme

Théorème – Réciproque de Thalès

Si les points A, M, B sont alignés dans cet ordre sur une droite et A, N, C sur une autre, et si

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC},$$

alors (MN) est parallèle à (BC).

Attention – piège fréquent

Vérifier **l'ordre** des points dans la configuration est indispensable. Sans cela, le résultat peut être faux.

Choisir le bon théorème

À retenir

- Un angle droit et deux côtés connus $\longrightarrow$ **Pythagore** pour le troisième côté.
- Trois côtés connus, aucune garantie d'angle droit $\longrightarrow$ **réciproque de Pythagore** pour décider s'il y a un angle droit.
- Deux droites parallèles dans une configuration de triangle $\longrightarrow$ **Thalès** pour un rapport de longueurs.
- Deux rapports égaux dans une configuration $\longrightarrow$ **réciproque de Thalès** pour prouver un parallélisme.

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Le triangle ABC est rectangle en A.
1. $AB = 3$, $AC = 4$: calculer BC.
2. $AB = 5$, $AC = 12$: calculer BC.
3. $BC = 17$, $AB = 8$: calculer AC.

Exercice 2.

★★☆

Un triangle a pour côtés 7, 24 et 25. Est-il rectangle ? Si oui, où est l'angle droit ?

Exercice 3.

★★☆

Même question pour un triangle de côtés 9, 10, 11.

Exercice 4.

★★☆

Calculer la diagonale d'un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 6 cm.

Exercice 5.

★★★

Une échelle de 4 m est appuyée contre un mur vertical. Le pied de l'échelle est à $1\{,\}5$ m du mur. À quelle hauteur est le haut de l'échelle ? (Arrondir au cm.)

Exercice 6.

★★☆

Configuration de Thalès : $AB = 10$, $AM = 4$, $AC = 15$. Calculer AN (avec M sur $[AB]$ et N sur $[AC]$, (MN) parallèle à (BC)).

Exercice 7.

★★☆

Même configuration : $AM = 6$, $AB = 10$, $MN = 9$. Calculer BC.

Exercice 8.

★★★

Dans un triangle ABC, M est sur $[AB]$ avec $AM = 3$, $MB = 5$, et N est sur $[AC]$ avec $AN = 4$, $NC = 6$. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 9.

★★★

Un mât est maintenu vertical par un câble de 30 m attaché au sommet et fixé au sol à 18 m du pied. Quelle est la hauteur du mât ?

Vérifie-toi – 1

1. Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
2. Pour appliquer Thalès, il faut que les droites soient sécantes.
3. La réciproque de Pythagore permet de prouver qu'un triangle est rectangle.
4. Pour appliquer la réciproque de Thalès, il suffit que deux rapports soient égaux, sans tenir compte de l'ordre des points.

Réponses

1. vrai.
2. vrai.
3. vrai.
4. faux : l'ordre des points compte.

Corrigés

Solution 1

1. $BC^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5$;
2. $BC^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow BC = 13$;
3. $AC^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow AC = 15$.

Solution 2

$25^2 = 625$ et $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$. Égalité : rectangle en l'angle opposé à l'hypoténuse 25.

Solution 3

$11^2 = 121$ et $9^2 + 10^2 = 81 + 100 = 181$. Non égaux : **pas rectangle**.

Solution 4

Diagonale d : $d^2 = 64 + 36 = 100$, donc $d = 10$ cm.

Solution 5

Hauteur h : $h^2 = 4^2 - 1\{,\}5^2 = 16 - 2\{,\}25 = 13\{,\}75$, donc $h \approx 3\{,\}71$ m, soit environ 371 cm.

Solution 6

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, soit $\frac{4}{10} = \frac{AN}{15}$, donc $AN = 6$.

Solution 7

$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$, soit $\frac{6}{10} = \frac{9}{BC}$, d'où $BC = 9 \times \frac{10}{6} = 15$.

Solution 8

$AB = 3 + 5 = 8$, $AC = 4 + 6 = 10$. $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{8}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 3\{,\}\frac{2}{8}$. $\frac{3}{8} \neq \frac{2}{5}$, donc (MN) **n'est pas** parallèle à (BC).

Solution 9

Hauteur h : $h^2 = 30^2 - 18^2 = 900 - 324 = 576$, donc $h = 24$ m.

Vers le Tronc Commun →

Au TC, Thalès apparaît dans la **projection dans le plan** et dans la géométrie analytique ; Pythagore sert à calculer la **distance entre deux points** en repère. Ces deux théorèmes gagneront en abstraction mais resteront fondés sur les mêmes gestes.

11

CHAPITRE

Trigonométrie du triangle rectangle

Objectifs

- définir cosinus, sinus et tangente dans un triangle rectangle
- calculer un côté ou un angle à partir des trois ratios
- mémoriser les valeurs exactes aux angles $30°$, $45°$, $60°$

Prérequis

- le théorème de Pythagore (chapitre 10)
- savoir résoudre $kx = a$ (chapitre 6)
- manipuler les racines (chapitre 8)

Vocabulaire dans un triangle rectangle

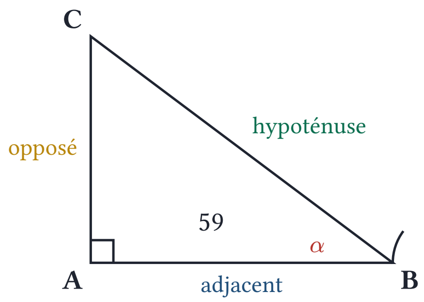
Dans un triangle rectangle, on fixe un angle aigu α. Alors :

Définition – Côté adjacent et côté opposé

- Le **côté opposé** à α est celui **en face** de l'angle.
- Le **côté adjacent** à α est celui **qui touche** l'angle (autre que l'hypoténuse).
- L'**hypoténuse** est toujours le côté en face de l'angle droit.

À retenir

Les mots **opposé** et **adjacent** se déterminent **par rapport à l'angle choisi**. Si tu changes d'angle, ces côtés changent aussi.



Les trois rapports

Définition – Cosinus, sinus, tangente

Pour un angle aigu α dans un triangle rectangle :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}},$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}},$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}.$$

Ces rapports ne dépendent **que de l'angle**, pas de la taille du triangle : deux triangles rectangles avec le même angle aigu ont les mêmes cos, sin, tan.

Astuce

Moyen mnémotechnique. SOHCAHTOA :
- **S** in = **O** pposé / **H** ypoténuse ;
- **C** os = **A** djacent / **H** ypoténuse ;
- **T** an = **O** pposé / **A** djacent.

Encadrement des valeurs

Pour tout angle aigu α strictement entre 0° et 90° :

$$0 < \cos(\alpha) < 1, \quad 0 < \sin(\alpha) < 1, \quad \tan(\alpha) > 0.$$

De plus :

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1 \quad \text{et} \quad \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}.$$

Démonstration. Dans un triangle rectangle d'hypoténuse h, côté adjacent a et opposé o, Pythagore donne $h^2 = a^2 + o^2$. Divisons par h^2 :

$$1 = \left(\frac{a}{h}\right)^2 + \left(\frac{o}{h}\right)^2 = \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha).$$

∎

Valeurs exactes à connaître

Propriété – Valeurs usuelles

angle	30°	45°	60°

cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ces trois angles remarquables reviennent partout. À mémoriser.

Calculer un côté

Énoncé

Un triangle rectangle a un angle aigu de 40° et une hypoténuse de 10 cm. Calculer le côté opposé.

Résolution

$\sin(40°) = \frac{\text{opposé}}{10}$, donc opposé $= 10 \times \sin(40°)$. Avec la calculatrice : $\approx 10 \times 0\{,\}643 = 6\{,\}43$ cm.

Énoncé

Hypoténuse 12, angle aigu 30°. Calculer le côté adjacent.

Résolution

$\cos(30°) = \frac{\text{adj}}{12}$, donc adj $= 12\cos(30°) = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

Calculer un angle

Connaissant deux côtés, on calcule le rapport puis l'angle via $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$ à la calculatrice.

Énoncé

Hypoténuse 10, côté adjacent 6. Calculer l'angle aigu α.

Résolution

$\cos(\alpha) = \frac{6}{10} = 0\{,\}6$. À la calculatrice : $\alpha = \cos^{-1}(0\{,\}6) \approx 53\{,\}13°$.

Exercices

Dans tous les exercices, sauf mention contraire, on considère un triangle rectangle avec un angle aigu α, une hypoténuse h, un côté opposé o et un côté adjacent a.

Exercice 1. ★☆☆

Donner cos, sin, tan dans un triangle rectangle où $a = 3$, $o = 4$, $h = 5$. (On prendra α opposé au côté o.)

Exercice 2. ★★☆

Calculer les valeurs exactes :
1. $\cos(45°) + \sin(45°)$;
2. $\sin(30°) \times \cos(60°)$;
3. $\tan(60°) - \tan(30°)$.

Exercice 3. ★★☆

Calculer (arrondi à $0\{,\}1$ près) le côté demandé :
1. $h = 15$, $\alpha = 25°$, trouver o.
2. $h = 20$, $\alpha = 70°$, trouver a.
3. $a = 8$, $\alpha = 55°$, trouver o.

Exercice 4. ★★☆

Calculer l'angle α (arrondi au degré) :

1. $o = 7$, $h = 25$;
2. $a = 9$, $h = 15$;
3. $o = 8$, $a = 6$.

Exercice 5. ★★★

Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur, formant un angle de 70° avec le sol. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ?

Exercice 6. ★★★

On regarde le sommet d'une tour depuis un point situé à 80 m de son pied, sous un angle d'élévation de 35°. Quelle est la hauteur de la tour ?

Exercice 7. ★★★

Vérifier par le calcul : $\cos^2(30°) + \sin^2(30°) = 1$.

Vérifie-toi – 1

1. Le côté adjacent dépend du choix de l'angle.
2. $\tan(45°) = 1$.
3. $\sin(\alpha)$ peut être plus grand que 1.
4. Pour calculer un angle à partir d'un rapport, on utilise la touche $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$ de la calculatrice.

Réponses

1. vrai.
2. vrai.
3. faux : $0 < \sin(\alpha) < 1$ dans un triangle rectangle.
4. vrai.

Corrigés

Solution 1

$\cos(\alpha) = \frac{a}{h} = \frac{3}{5}$; $\sin(\alpha) = \frac{o}{h} = \frac{4}{5}$; $\tan(\alpha) = \frac{o}{a} = \frac{4}{3}$.

Solution 2

1. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.
2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
3. $\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Solution 3

1. $o = 15\sin(25°) \approx 6\{,\}3$;
2. $a = 20\cos(70°) \approx 6\{,\}8$;
3. $o = 8\tan(55°) \approx 11\{,\}4$.

Solution 4

1. $\sin(\alpha) = \frac{7}{25} = 0\{,\}28$, $\alpha \approx 16°$;
2. $\cos(\alpha) = \frac{9}{15} = 0\{,\}6$, $\alpha \approx 53°$;
3. $\tan(\alpha) = \frac{8}{6} \approx 1\{,\}333$, $\alpha \approx 53°$.

Solution 5

$\text{Hauteur} = 5\sin(70°) \approx 4\{,\}70$ m.

Solution 6

$\text{Hauteur} = 80\tan(35°) \approx 56\{,\}0$ m.

Solution 7

$\cos^2(30°) + \sin^2(30°) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$. ✓

Vers le Tronc Commun →

Au TC, la trigonométrie est généralisée au cercle trigonométrique (chapitres « Trigonométrie 1 et 2 »). Les valeurs $\cos(30°)$, $\cos(45°)$, $\cos(60°)$ restent les pivots de toutes les identités. Les réflexes acquis ici – reconnaître opposé, adjacent, hypoténuse – ne disparaissent pas.

12

CHAPITRE

Repère, droite et fonction affine

Objectifs

- placer un point par ses coordonnées et les lire sur un repère
- lire et déterminer l'équation $y = ax + b$ d'une droite
- identifier la pente et l'ordonnée à l'origine

Prérequis

- savoir résoudre un système 2×2 (chapitre 6)
- manipuler les fractions et les signes (chapitres 2 et 3)

Le repère du plan

Un **repère** du plan est formé :
- d'un point O (l'**origine**) ;
- de deux axes perpendiculaires passant par O : l'**axe des abscisses** (horizontal, noté x) et l'**axe des ordonnées** (vertical, noté y).

Définition – Coordonnées d'un point

Dans un repère, chaque point M est décrit par deux nombres (x, y) appelés ses **coordonnées** :
- x — son **abscisse** ;
- y — son **ordonnée**.

Un point de l'axe des abscisses a pour ordonnée 0. Un point de l'axe des ordonnées a pour abscisse 0. L'origine est $(0, 0)$.

Distance entre deux points

Si l'on a deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ dans un repère orthonormé (unités égales sur les deux axes), on applique Pythagore à un triangle rectangle dont $[AB]$ est l'hypoténuse :

Propriété – Formule de distance

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Énoncé

Calculer AB avec $A(1, 2)$ et $B(4, 6)$.

Résolution

$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$

Fonction affine et droite

Définition – Fonction affine

Une **fonction affine** est une fonction qui, à un nombre x, associe un nombre de la forme

$$f(x) = ax + b,$$

avec a et b deux nombres fixés. Son graphique est une **droite**.
- Si $b = 0$, la fonction est **linéaire** ($f(x) = ax$) : la droite passe par l'origine.

Pour une droite d'équation $y = ax + b$:
- a est la **pente** (ou **coefficient directeur**) ;
- b est l'**ordonnée à l'origine** (valeur de y quand $x = 0$).

Lire une droite sur un graphique

L'ordonnée à l'origine b est la **valeur où la droite coupe l'axe vertical**.

La pente a se lit entre deux points de la droite : quand x augmente de 1, y augmente (ou diminue) de a. Concrètement :

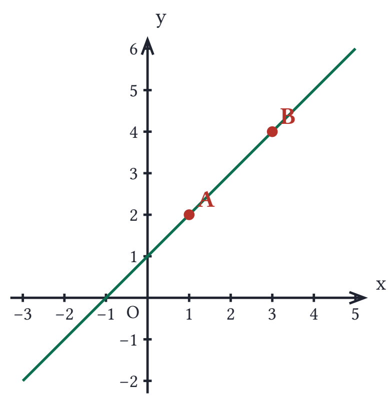
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{(à partir de deux points \$A, B\$ de la droite).}$$

Énoncé

Une droite passe par $A(1, 5)$ et $B(4, 14)$. Déterminer son équation.

Résolution

Pente : $a = \frac{14-5}{4-1} = \frac{9}{3} = 3$. Donc $y = 3x + b$. Avec A : $5 = 3 \times 1 + b$, d'où $b = 2$. Équation : $y = 3x + 2$.



Cas particuliers

- Si $a = 0$: droite **horizontale**, équation $y = b$.
- Si la droite est **verticale** : pas de forme $y = ax + b$; son équation est $x =$ constante.

Attention – piège fréquent

Deux droites non verticales sont **parallèles** si elles ont la **même pente**. Elles sont **sécantes** sinon.

Intersection de deux droites

Pour trouver l'intersection, on résout le système formé par les deux équations.

Énoncé

Trouver l'intersection de $y = 2x - 1$ et $y = -x + 5$.

Résolution

On égalise : $2x - 1 = -x + 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$. Puis $y = 2 \times 2 - 1 = 3$. Intersection : $(2, 3)$.

Exercices

Exercice 1. ★☆☆

Dans un repère, placer les points $A(2,3)$, $B(-1,4)$, $C(0,-2)$, $D(3,0)$.

Exercice 2. ★☆☆

Calculer les distances :
1. AB avec $A(0,0)$, $B(3,4)$;
2. CD avec $C(1,2)$, $D(4,6)$;
3. EF avec $E(-2,1)$, $F(4,9)$.

Exercice 3. ★★☆

Donner l'image de $-3, 0, 1, 5$ par la fonction $f : x \mapsto 2x + 3$.

Exercice 4. ★★☆

Représenter graphiquement les droites :
1. $y = x + 2$;
2. $y = -2x + 4$;
3. $y = 3x$ (linéaire) ;
4. $y = -1$ (horizontale) ;
5. $x = 2$ (verticale).

Exercice 5. ★★☆

Déterminer l'équation de la droite passant par les points donnés :
1. $A(0,1)$ et $B(2,5)$;
2. $A(-1,2)$ et $B(3,-6)$;
3. $A(1,4)$ et $B(4,4)$ (attention) ;
4. $A(0,0)$ et $B(5,10)$.

Exercice 6. ★★★

Deux droites : $d_1 : y = 3x - 2$ et $d_2 : y = -x + 6$. Trouver leur point d'intersection.

Exercice 7. ★★★

Pour quelle valeur de a la droite $y = ax - 3$ passe-t-elle par le point $(2, 5)$?

Exercice 8.

★★★

Les droites $y = 2x + 1$ et $y = \frac{2x+3}{2}$ sont-elles parallèles ?

Vérifie-toi – 1

1. Le point $(0, 0)$ est l'origine du repère.
2. Une droite horizontale a pour pente 0.
3. L'équation $x = 2$ représente une droite verticale.
4. Si deux droites ont la même ordonnée à l'origine, elles sont parallèles.

Réponses

1. vrai.
2. vrai.
3. vrai.
4. faux : elles se coupent sur l'axe des ordonnées, mais elles sont parallèles ssi elles ont la même **pente**.

Corrigés

Solution 1

Placement direct : repère quadrillé, unités cohérentes.

Solution 2

1. 5 ;
2. $\sqrt{9 + 16} = 5$;
3. $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.

Solution 3

$f(-3) = -3$, $f(0) = 3$, $f(1) = 5$, $f(5) = 13$.

Solution 4

Pour chaque droite : deux points, droite tracée. $y = x + 2$ passe par $(0, 2)$ et $(1, 3)$; $y = -2x + 4$ passe par $(0, 4)$ et $(1, 2)$; $y = 3x$ passe par $(0, 0)$ et $(1, 3)$; $y = -1$ horizontale à hauteur -1 ; $x = 2$ verticale à $x = 2$.

Solution 5

1. pente 2, $b = 1$: $y = 2x + 1$.
2. pente $\frac{-6-2}{3-(-1)} = -2$, b via A : $2 = -2 \times (-1) + b$ donc $b = 0$: $y = -2x$.
3. pente 0, horizontale : $y = 4$.
4. pente 2, $b = 0$: $y = 2x$.

Solution 6

$3x - 2 = -x + 6 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$. Alors $y = 4$. Intersection $(2, 4)$.

Solution 7

$5 = a \times 2 - 3 \Leftrightarrow 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$.

Solution 8

$y = \frac{2x+3}{2} = x + \frac{3}{2}$, pente 1. L'autre a pour pente 2. **Non parallèles**.

Vers le Tronc Commun →

Au TC, la droite et la fonction affine deviennent centrales : le chapitre **« La droite dans le plan »** commence exactement par les mêmes idées, puis introduit le vecteur directeur et l'équation cartésienne. Plus tard, **« Généralités sur les fonctions »** s'appuie sur ces représentations graphiques.

13

CHAPITRE

Vocabulaire et notation

Objectifs

- lire les symboles mathématiques courants utilisés au lycée
- employer un vocabulaire précis pour exprimer une idée mathématique
- distinguer « équation » et « fonction », « ensemble » et « intervalle »

Prérequis

- avoir parcouru les chapitres précédents

Les ensembles de nombres – rappel

Les ensembles de nombres se notent par une lettre calligraphiée ou « doublée » :
- $\mathbb{N}$: les entiers naturels, $0, 1, 2, \ldots$
- $\mathbb{Z}$: les entiers relatifs, $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
- $\mathbb{D}$: les décimaux ($1\{,\}25$, $-3\{,\}07$, ...)
- $\mathbb{Q}$: les rationnels (toute fraction)
- $\mathbb{R}$: les réels (tous les nombres de la droite graduée)

Certains auteurs écrivent IR au lieu de $\mathbb{R}$. Les deux se lisent « l'ensemble des réels ».

Appartenance et inclusion

Définition – Appartenance

$x \in E$ se lit « x appartient à E », c'est-à-dire que x est un élément de E. $x \notin E$ signifie « x n'appartient pas à E ».

Exemples : $3 \in \mathbb{N}$; $-4 \in \mathbb{Z}$; $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Définition – Inclusion

$A \subset B$ se lit « A est inclus dans B », c'est-à-dire que tous les éléments de A sont aussi dans B.

On a la chaîne d'inclusions $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Attention – piège fréquent

Ne confondre pas $\in$ (entre un élément et un ensemble) et $\subset$ (entre deux ensembles). On écrit $3 \in \mathbb{N}$, jamais $3 \subset \mathbb{N}$; et $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, jamais $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$.

Intervalles de $\mathbb{R}$

Les **intervalles** décrivent des portions de la droite des réels.

Définition – Intervalles

Soient $a, b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$:
- $[a, b]$: tous les réels x tels que $a \leq x \leq b$ (fermé).
- $]a, b[$: tous les réels x tels que $a < x < b$ (ouvert).
- $[a, b[$ et $]a, b]$: fermé d'un côté, ouvert de l'autre.
- $[a, +\infty[$: tous les $x \geq a$.
- $]-\infty, b]$: tous les $x \leq b$.
- $\mathbb{R}$ s'écrit aussi $]-\infty, +\infty[$.

Un crochet **tourné vers l'intérieur** (comme [) signifie « on prend la borne » ; un crochet **tourné vers l'extérieur** (comme]) signifie « on exclut la borne ».

Énoncé	Résolution
Écrire l'ensemble des réels x tels que $-2 \leq x < 5$ sous forme d'intervalle.	$[-2, 5[$.

Égalité, équation, identité

- Une **égalité** constate que deux expressions valent le même nombre. Exemple : $3 + 4 = 7$.
- Une **équation** est une égalité contenant une **inconnue** ; le but est de trouver les valeurs qui rendent l'égalité vraie. Exemple : $2x + 1 = 5$.
- Une **identité** est une égalité **toujours** vraie, pour toute valeur de la lettre. Exemple : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Attention – piège fréquent

« $2x + 1 = 5$ » est une équation (vrai seulement pour $x = 2$) ; « $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ » est une identité.

Variable, coefficient, inconnue

- **Variable** : une lettre qui représente un nombre variable (fonctions, expressions littérales).
- **Inconnue** : une lettre dont on cherche la valeur (équation).
- **Coefficient** : le nombre multiplicatif devant une lettre. Dans $7x$, le coefficient est 7.
- **Constante** : un nombre fixé (dans $3x + 5$, la constante est 5).

Fonction

Définition – Fonction

Une **fonction** f associe à chaque nombre x (appelé **antécédent**) un unique nombre $f(x)$ (appelé **image**). On écrit $f : x \mapsto f(x)$ ou $f : x \longmapsto f(x)$.

Exemples : $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = x^2$, $h(x) = \frac{1}{x}$ (définie pour $x \neq 0$).

Encadrement, arrondi, approximation

- **Encadrer** x, c'est donner a et b tels que $a \leq x \leq b$.
- **Arrondi** au dixième, au centième… : on coupe après le chiffre voulu, puis on ajuste selon la valeur du suivant.
- **Approximation** : une valeur proche, sans garantie précise.

Énoncé

Arrondir $pi \approx 3\{,\}14159$ au centième.

Résolution

On coupe après le centième : $3\{,\}14$. Le chiffre suivant est $1 < 5$, donc on ne modifie pas : arrondi $= 3\{,\}14$.

Valeur absolue

Définition – Valeur absolue

La **valeur absolue** de $x \in \mathbb{R}$, notée $|x|$, est la distance entre x et 0 sur la droite :

$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } & x \geq 0 \\ -x \text{ si } & x < 0 \end{cases}.$$

Exemples : $|5| = 5$, $|-3| = 3$, $|0| = 0$. Une valeur absolue est toujours positive ou nulle.

Table récapitulative des symboles

Symbole	Lecture
$\in$	appartient à
$\notin$	n'appartient pas à
$\subset$	est inclus dans
$\supset$	contient
$\cap$	intersection (et)
$\cup$	union (ou)
$\emptyset$	ensemble vide
$\forall$	pour tout
$\exists$	il existe
$\Rightarrow$	implique
$\Leftrightarrow$	équivaut à
$\approx$	approximativement égal à
∞	infini
$\|x\|$	valeur absolue de x
$\| \longrightarrow$ ou $\longmapsto$	a pour image

Exercices

Exercice 1.

★☆☆

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse :
1. $-2 \in \mathbb{N}$;
2. $3\{,\}14 \in \mathbb{Q}$;
3. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$;
4. $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$;
5. $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.

Exercice 2.

★★☆

Écrire sous forme d'intervalle :
1. les réels tels que $-3 < x \leq 2$;
2. les réels tels que $x \geq 1$;
3. les réels tels que $x < 0$;
4. les réels tels que $2 \leq x \leq 8$.

Exercice 3.

★★☆

Calculer :
1. $|\{-7\}|$;
2. $|5| - |\{-3\}|$;
3. $|\{-4\} + 1|$;
4. $|2 - 7|$.

Exercice 4.

★★☆

Parmi ces écritures, dire laquelle est une **équation**, une **identité**, une **égalité numérique** :
1. $2 + 3 = 5$;
2. $3x - 1 = 8$;
3. $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$;
4. $\sqrt{4} = 2$.

Exercice 5.

★★★

Lire à haute voix et traduire en phrases françaises :
1. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$;
2. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 9$;
3. $7 \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$;
4. $A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$.

Vérifie-toi – 1

1. Le symbole $\Rightarrow$ signifie « est égal à ».
2. $x \in [3, 5[$ inclut 3 mais pas 5.
3. $|a| \geq 0$ pour tout réel a.
4. $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

Réponses
1. faux : $\Rightarrow$ signifie « implique ».
2. vrai.

3. vrai.
4. faux : $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$.

Corrigés

Solution 1

1. faux ;
2. vrai ;
3. vrai ;
4. faux ;
5. vrai.

Solution 2

1. $]-3, 2]$;
2. $[1, +\infty[$;
3. $]-\infty, 0[$;
4. $[2, 8]$.

Solution 3

1. 7 ;
2. $5 - 3 = 2$;
3. $|\{-3\}| = 3$;
4. $|-5| = 5$.

Solution 4

1. égalité numérique ;
2. équation (inconnue x, vraie pour $x = 3$) ;
3. identité ;
4. égalité numérique.

Solution 5

1. Pour tout réel x, x^2 est positif ou nul.
2. Il existe un entier naturel dont le carré vaut 9 (c'est 3).
3. 7 appartient à l'intersection de $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{N}$, c'est-à-dire à $\mathbb{N}$.
4. A est inclus dans B si et seulement si tout élément de A est dans B.

Vers le Tronc Commun →

Au TC, chaque démonstration commence par des quantificateurs ($\forall$, $\exists$), des implications ($\Rightarrow$) et des équivalences ($\Leftrightarrow$). Le chapitre « Les ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ » et « Les notions de logique » s'appuient directement sur ce vocabulaire.

14

CHAPITRE

Test final : Prêt pour le Tronc Commun

Objectifs

- mettre en œuvre tous les gestes du livre sur un sujet type TC
- t'auto-évaluer sur les compétences les plus réutilisées
- repérer les derniers chapitres à revoir avant la rentrée

Prérequis

- avoir parcouru les chapitres 1 à 13

Astuce

Sujet simulé en **1 h 30 min**, sans calculatrice dans la partie A. Note-toi honnêtement — seuil de réussite : $\frac{13}{20}$. En-dessous, reviens sur les chapitres concernés.

Partie A – sans calculatrice (7 points)

Exercice 1.

★☆☆

Calculs relatifs — 1{,}5 pt.

1. $(-8) + 5 - (-3)$;
2. $(-4) \times 6 - \frac{-12}{3}$;
3. $-(2 - 5) + (3 - 7)$.

Exercice 2.

★★☆

Fractions — 1{,}5 pt.

1. Calculer $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ (résultat irréductible).

2. Comparer $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{12}$.

Exercice 3.

★★☆

Puissances et racines — 2 pts.
1. Simplifier $\frac{2^3 \times 2^{-1}}{2^4}$.
2. Simplifier $\sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{50}$.
3. Rationaliser $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Exercice 4.

★★☆

Développer / factoriser — 2 pts.
1. Développer $(2x - 5)^2$.
2. Factoriser $9x^2 - 16$.
3. Factoriser $4x^2 + 12x + 9$.

Partie B – avec calculatrice (7 points)

Exercice 5.

★★☆

Équations et systèmes — 2 pts.
1. Résoudre $3(x - 2) = 5 - x$.
2. Résoudre $(x - 3)(2x + 7) = 0$.
3. Résoudre le système

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases}.$$

Exercice 6.

★★★

Pourcentages et évolutions — 2 pts.

Un capital de 5000 DH est placé à 4% d'intérêt par an pendant 3 ans.
1. Calculer le capital après la 1re année.
2. Calculer le capital après 3 ans.
3. Quel est le taux global d'augmentation sur 3 ans (en %) ?

Exercice 7.

★★★

Triangle rectangle — 3 pts.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on donne $AB = 8$ cm et l'angle $\hat{B} = 40°$.
1. Calculer AC et BC (arrondis à $0\{,\}1$ près).
2. Vérifier par Pythagore (à la précision de ton calcul).
3. On construit le point M milieu de $[BC]$. Que vaut AM ? (On pourra utiliser une propriété connue.)

Partie C – géométrie repérée (4 points)

Exercice 8.

★★☆

Distances et droite — 2 pts.

Dans un repère orthonormé, $A(-1, 2)$, $B(3, 5)$, $C(7, -1)$.
1. Calculer AB.

2. Déterminer l'équation de la droite (AB).

Exercice 9.

★★★

Intersection de droites — 2 pts.

Soient les droites $d_1 : y = -x + 4$ et $d_2 : y = 2x - 5$.
1. Déterminer leur point d'intersection.
2. La droite $d_3 : y = -x - 2$ est-elle parallèle à d_1 ? Justifier.

Partie D – bonus (2 points)

Exercice 10.

★★★

Identités appliquées. Calculer sans poser la multiplication :
1. 97×103 ;
2. 98^2.

Exercice 11.

★★★

Raisonnement. Montrer que, pour tout entier naturel n, le nombre $n^2 + 2n + 1$ est le carré d'un entier.

Barème et corrigé

À retenir

Total sur 20. Additionne tes points ; mets-toi une note sévère.

- De 16 à 20 : tu es **prêt**.
- De 13 à 15 : quelques points à consolider, cible les chapitres correspondants aux exercices où tu as perdu des points.
- Moins de 13 : reprendre depuis le chapitre 2 et refaire les exercices.

Corrigés

Solution 1

1. $-8 + 5 + 3 = 0$;
2. $-24 - (-4) = -24 + 4 = -20$;
3. $3 + (-4) = -1$.

Solution 2

Dénominateur commun 12 : $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Produit en croix : $3 \times 12 = 36$ et $5 \times 7 = 35$, donc $\frac{3}{5} > \frac{7}{12}$.

Solution 3

$2^{3-1-4} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$.

$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$. Somme : $6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Solution 4

$(2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$.

$9x^2 - 16 = (3x-4)(3x+4)$.

$4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)^2$.

Solution 5

1. $3x - 6 = 5 - x \Rightarrow 4x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$.
2. $x = 3$ ou $x = -\frac{7}{2}$.
3. En ajoutant : $3x = 12$, $x = 4$, $y = 3$. Solution $(4;3)$.

Solution 6

1. Après 1 an : $5000 \times 1\{,\}04 = 5200$ DH.
2. Après 3 ans : $5000 \times 1\{,\}04^3 \approx 5624\{,\}32$ DH.
3. Taux global : $1\{,\}04^3 - 1 \approx 0\{,\}1249$, soit $+12\{,\}49\%$.

Solution 7

1. $A\frac{C}{A}B = \tan(40°)$, donc $AC = 8\tan(40°) \approx 6\{,\}71$ cm. $A\frac{B}{B}C = \cos(40°)$, donc $BC = \frac{8}{\cos(40°)} \approx 10\{,\}44$ cm.
2. $BC^2 \approx 108\{,\}99$ et $AB^2 + AC^2 = 64 + 45 \approx 109$. ✓
3. Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit vaut la moitié de l'hypoténuse : $AM = B\frac{C}{2} \approx 5\{,\}22$ cm.

Solution 8

1. $AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.
2. Pente : $\frac{5-2}{3-(-1)} = \frac{3}{4}$. b via A : $2 = \frac{3}{4} \times (-1) + b$, donc $b = \frac{11}{4}$. Équation : $y = \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$.

Solution 9

1. $-x + 4 = 2x - 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$, $y = 1$. Intersection $(3;1)$.
2. Pente de d_1 : -1. Pente de d_3 : -1. **Oui, parallèles**.

Solution 10

$97 \times 103 = (100-3)(100+3) = 10000 - 9 = 9991$. $98^2 = (100-2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$.

Solution 11

$n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$. C'est bien le carré de l'entier $n+1$.

Vers le Tronc Commun →

Si tu as passé ce test avec $\frac{13}{20}$ ou plus, tu as réellement toutes les cartes en main pour entrer sereinement en Tronc Commun. Bonne année scolaire – et garde le livre à portée, il reste utile toute l'année.

Glossaire

Les termes essentiels du collège et du Tronc Commun, expliqués en une phrase. À consulter quand un mot te bloque.

Abscisse — première coordonnée d'un point dans un repère (position horizontale).

Antécédent — nombre x dont on calcule l'image $f(x)$ par une fonction f.

Arrondi — valeur approchée d'un nombre, en gardant un nombre fixé de chiffres après la virgule.

Axiome — une propriété posée comme vraie sans démonstration, à partir de laquelle on construit la suite.

Barycentre — point d'équilibre de plusieurs points affectés de « poids ». Étudié au 1er Bac.

Bissectrice — droite qui partage un angle en deux angles égaux.

Coefficient directeur — pente d'une droite ; a dans $y = ax + b$.

Coefficient multiplicateur — nombre par lequel on multiplie une quantité pour obtenir son évolution ; $1 + \frac{t}{100}$ pour une hausse de $t\%$.

Commutative (opération) — l'ordre des termes ne change pas le résultat : $a + b = b + a$.

Conjugué — pour une expression $a + \sqrt{b}$, son conjugué est $a - \sqrt{b}$ (pratique pour rationaliser).

Coordonnées — les deux nombres (x, y) qui repèrent un point dans le plan.

Cosinus — dans un triangle rectangle, rapport « adjacent / hypoténuse » pour un angle aigu.

Décimal — nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Développer — transformer un produit en somme : $(a + b)c = ac + bc$.

Diamètre — segment passant par le centre d'un cercle et joignant deux points du cercle.

Différence — résultat d'une soustraction.

Distributivité — propriété $k(a + b) = ka + kb$.

Ensemble — collection d'objets mathématiques ; peut être fini ($\{1, 2\}$) ou infini ($\mathbb{N}, \mathbb{R}$).

Équation — égalité contenant une inconnue dont on cherche la valeur.

Équivalence — deux propositions équivalentes disent la même chose ; noté $\Leftrightarrow$.

Exposant — nombre qui indique combien de fois un facteur est multiplié : dans a^n, n est l'exposant.

Facteur — nombre dans une multiplication ; dans 3×5, 3 et 5 sont les facteurs.

Facteur commun — un terme qui apparaît dans chaque élément d'une somme ; on « le sort » pour factoriser.

Factoriser — transformer une somme en produit.

Fonction — règle qui associe à chaque nombre x un unique nombre $f(x)$.

Hypoténuse — dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit ; toujours le plus long.

Identité (mathématique) — égalité toujours vraie, quelles que soient les valeurs des lettres.

Image — nombre $f(x)$ obtenu en appliquant une fonction à un antécédent x.

Inconnue — lettre dont on cherche la valeur dans une équation.

Inéquation — inégalité contenant une inconnue.

Irrationnel — nombre réel qui n'est pas rationnel, comme $\sqrt{2}$ ou π.

Intervalle — portion de la droite des réels, du type $[a, b]$, $]a, b[$, etc.

Linéaire (fonction) — fonction de la forme $f(x) = ax$: sa représentation passe par l'origine.

Longueur d'un segment — distance entre ses extrémités.

Médiane d'un triangle — segment joignant un sommet au milieu du côté opposé.

Médiatrice — droite perpendiculaire à un segment et passant par son milieu.

Monôme — expression de la forme ax^n, un seul terme.

Multiple — a est multiple de b s'il existe un entier k tel que $a = kb$.

Numérateur — terme au-dessus de la barre dans une fraction.

Opposé — nombre qui, additionné à a, donne 0 ; c'est $-a$.

Ordonnée — seconde coordonnée d'un point dans un repère (position verticale).

Ordonnée à l'origine — valeur de y quand $x = 0$; c'est b dans $y = ax + b$.

Parallélisme — deux droites sont parallèles si elles ne se coupent pas (ou sont confondues).

Parité — un nombre est pair s'il est multiple de 2 ; impair sinon.

Pente — coefficient directeur d'une droite.

Périmètre — longueur totale du contour d'une figure.

Polynôme — somme de monômes ; exemple : $3x^2 + 5x - 1$.

Pourcentage — fraction de dénominateur 100 : $t\% = \frac{t}{100}$.

Produit — résultat d'une multiplication.

Proportionnalité — deux grandeurs sont proportionnelles si leur rapport est constant.

Puissance — répétition d'une multiplication par le même facteur ; a^n.

Quadrilatère — polygone à quatre côtés.

Quotient — résultat d'une division.

Racine carrée — de $a \geq 0$: unique nombre positif dont le carré vaut a ; notée $\sqrt{a}$.

Rationaliser — supprimer les racines d'un dénominateur en multipliant haut et bas par une quantité bien choisie.

Rationnel — nombre qui peut s'écrire comme fraction d'entiers.

Réciproque (théorème) — énoncé obtenu en échangeant l'hypothèse et la conclusion d'un théorème.

Réduire — regrouper les termes semblables d'une expression littérale.

Réel — tout nombre qu'on peut placer sur la droite graduée.

Repère orthonormé — repère où les deux axes sont perpendiculaires **et** ont la même unité.

Résoudre — trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui rendent une équation (ou inéquation) vraie.

Sinus — dans un triangle rectangle, rapport « opposé / hypoténuse » pour un angle aigu.

Somme — résultat d'une addition.

Système (d'équations) — ensemble d'équations qui doivent être simultanément satisfaites.

Tangente (trigonométrie) — rapport « opposé / adjacent » pour un angle aigu.

Théorème — énoncé démontré à partir d'axiomes et de théorèmes précédents.

Triangle équilatéral — triangle dont les trois côtés sont égaux.

Triangle isocèle — triangle qui a deux côtés égaux.

Triangle rectangle — triangle ayant un angle droit.

Valeur absolue — distance entre un nombre et 0, notée $|x|$, toujours positive.

Variable — lettre représentant un nombre variable dans une expression ou une fonction.

Vecteur — être mathématique représenté par une flèche, défini par sa direction, son sens et sa longueur.

Index des notations

Les symboles que tu rencontres dans ce livre, classés par catégorie.

Ensembles de nombres

$\mathbb{N}$	entiers naturels
$\mathbb{N}^*$	entiers naturels non nuls
$\mathbb{Z}$	entiers relatifs
$\mathbb{D}$	nombres décimaux
$\mathbb{Q}$	nombres rationnels
$\mathbb{R}$	nombres réels
$\emptyset$	ensemble vide

Relations

$\in$	appartient à
$\notin$	n'appartient pas à
$\subset$	est inclus dans
$\supset$	contient
$\cap$	intersection
$\cup$	union
$\leq$, $\geq$	inférieur ou égal à ; supérieur ou égal à
$\approx$	approximativement égal
$\Rightarrow$	implique
$\Leftrightarrow$	équivaut à
$\forall$	pour tout
$\exists$	il existe

Opérations et fonctions

a^n	a puissance n

$\sqrt{a}$	racine carrée de a
$\lvert a \rvert$	valeur absolue de a
$\frac{a}{b}$	quotient, fraction
$f(x)$	image de x par la fonction f
$f : x \mapsto f(x)$	définition d'une fonction
cos, sin, tan	cosinus, sinus, tangente

Géométrie

(AB)	droite passant par A et B
$[AB]$	segment d'extrémités A et B
$[AB)$	demi-droite d'origine A passant par B
AB (sans crochets)	longueur du segment $[AB]$
$\hat{A}$ ou $\widehat{ABC}$	mesure d'un angle
$\parallel$	est parallèle à
$\perp$	est perpendiculaire à

Intervalles

$[a, b]$	intervalle fermé : $a \leq x \leq b$
$]a, b[$	intervalle ouvert : $a < x < b$
$[a, b[$, $]a, b]$	semi-ouvert
$[a, +\infty[$	$x \geq a$
$]-\infty, b]$	$x \leq b$

UN MOT POUR LA SUITE

« Le Tronc Commun n'est pas l'endroit où l'on apprend à faire des maths. C'est l'endroit où l'on commence à en faire. Ce livre t'a donné les outils ; la suite, c'est à toi de la construire. »

Trois repères pour commencer l'année :

– fais une fiche de rappel en une page par chapitre du livre.
– refais le test final une semaine avant la rentrée.
– garde le livre à portée toute l'année, pas seulement l'été.

MATHNIT

Apprendre les maths du lycée marocain, sans distraction

mathnit.com